Esquema de Quantização com Apagamento para Decodificação Suave em Sistemas FSO

Maxwel V. da Silva, Jaime Portugheis e Cristhof J. R. Runge

***Resumo*— O artigo considera sistemas de comunicação FSO utilizando modulação OOK com codificação de canal e propõe um esquema de quantização com apagamento para decodificação suave. Tanto a capacidade de canal quanto a taxa de corte do DMC resultante da quantização foram utilizadas como critério para otimização do esquema proposto. Os resultados mostraram que: a) regiões de quantização não-uniformes conduzem a ganhos de desempenho; b) se o receptor faz uso de CSI, o DMC resultante será simétrico para qualquer modelo do estado do canal e c) sem o uso de CSI, o DMC é não-simétrico e seu modelo aproximado simplifica um algoritmo de decodificação.**

***Palavras-Chave*— Sistemas OOK FSO codificados, esquema de quantização com apagamento, capacidade de canal, taxa de corte.**

***Abstract*— This article considers coded OOK FSO systems and proposes a quantization scheme with an erasure symbol for soft-decision decoding. Both channel capacity and cut-off rate of the DMC created by quantization were considered as an optimization criterion for the proposed scheme. Results showed that: a) non-uniform quantization regions lead to performance gains; b) with CSI at the receiver, the resulting DMC will be symmetric and c) without CSI, the DMC is non-symmetric and its approximate model simplifies a decoding algorithm.**

***Keywords*— Coded OOK FSO systems, quantization schemes with erasures, channel capacity, cut-off rate.**

I. Introdução

Sistemas de comunicação que utilizam um meio de propagação não-guiado e portadoras ópticas são conhecidos como OWC (do inglês, "Optical Wireless Communications") [1]. Dentre estes sistemas OWC, aqueles que ficam ao ar livre ("outdoor"), operam normalmente na faixa do infra-vermelho e são terrestres, são comumente conhecidos como sistemas FSO (do inglês, "Free Space Optics"). Em sistemas FSO, a propagação óptica se dá através da atmosfera: efeitos como absorção, espalhamento e turbulência estão presentes e provocam desvanecimento do sinal recebido no receptor. O impacto destes efeitos sobre o desempenho do sistema FSO pode ser grande e codificação de canal com entrelaçamento (principalmente quando há diversidade temporal) é uma das soluções para diminuir este impacto [2].

Um dos problemas práticos de sistemas de comunicação com codificação de canal é a escolha dos níveis de quantização da saída do demodulador. Alguns critérios para a escolha da localização dos níveis de quantização na saída do demodulador foram propostos na literatura [3], [4], [5]. Estes critérios se baseiam tanto em medidas de informação mútua [3] quanto em taxa de corte do canal [4], [5].

Em [6], sistemas FSO codificados que utilizam modulação por intensidade OOK (do inglês, "On-Off Keyeing") e detecção direta no receptor foram considerados e esquemas de quantização *uniforme* para decodificação suave com 4,8 e 32 níveis foram estudados. Os resultados obtidos em [6] mostraram que, mesmo quando o receptor possui informação sobre o estado do canal, 32 níveis de quantização não são suficientes para se obter desempenho próximo ao de um esquema ideal não quantizado. Sendo assim, este artigo propõe e analisa esquemas de quantização *não-uniforme* e descreve resultados para esquemas com apenas 3 níveis de quantização. São considerados ambos os casos de receptores com e sem informação sobre o estado do canal (CSI). Ambas, a taxa de corte e a capacidade de canal são utilizadas como critério de projeto para a escolha dos níveis de quantização. Um dos esquemas propostos possui desempenho similar ao de um esquema com 4 níveis descrito em [6]. A existência de 3 níveis de quantização no demodulador cria o que é comumente chamado de canal com apagamento. Canais com apagamento possuem uma vantagem prática intrínseca: a de permitirem algoritmos de decodificação de canal com a possibilidade de utilizarem esquemas com retransmissão.

A seção II descreve inicialmente o esquema de quantização com apagamento proposto neste artigo. Em seguida discute o procedimento de cálculo da taxa de corte e da capacidade de canal para o modelo do sistema FSO considerado neste artigo. E finalmente demonstra que o esquema de quantização proposto cria dois tipos de canais discretos e sem memória (DMC): um simétrico (para o caso de existência de CSI no receptor) e outro não-simétrico (para o caso de inexistência de CSI). A seção III descreve e analisa os resultados obtidos para taxa de corte e capacidade de canal considerando o estado de canal modelado por uma v.a. gamma-gamma. A seção IV tece algumas conclusões.

II. Esquema de Quantização com Apagamento

Iremos considerar como modelo de canal de tempo discreto [6],[7]

$$R = HX + N, \tag{1}$$

onde R é a saída de um filtro integrador no receptor [8]. A sequência de valores do estado de canal, H, para diferentes instantes de tempo, é uma sequência de variáveis i.i.d e N é uma variável Gaussiana branca de média nula e variância σ_N^2. O símbolo OOK $X \in \{0, A\}$ e é independente tanto de N quanto de H. A razão sinal-ruído (RSR) é definida como

Os autores estão na Faculdade de Tecnologia da Unicamp, Limeira - SP - Brazil, E-mails: maxwel.silva@pos.ft.unicamp.br, jaime@ft.unicamp.br,cristjrr@ft.unicamp.br.

A/σ_N^2. Dois casos serão considerados: quando o receptor conhece o estado H, i.e., o receptor possui informação do estado do canal (CSI), e, o quando o receptor não conhece o estado H, i.e., o receptor não possui CSI.

O esquema de quantização com apagamento é definido por

$$Y = \begin{cases} y_1 & , -\infty < R \leq L_{inf} \\ y_2 & , L_{inf} < R \leq L_{sup} \\ y_3 & , L_{sup} < R < +\infty \end{cases} \quad (2)$$

O esquema de quantização cria um canal discreto e sem memória (DMC) com entrada binária e saída ternária. Por simplicidade vamos assumir que $A = 1$, $y_1 = 0$,$y_2 = \varepsilon$ e $y_3 = 1$. A Fig. 1 mostra o diagrama deste DMC. $P(y_j|0)$ e $P(y_j|1)$, $j = 1, 2, 3$, são as probabilidades de transição deste canal. Quando $P(1|0) = P(0|1) = 0$, este DMC é conhecido como BEC (do inglês "Binary Erasure Channel").

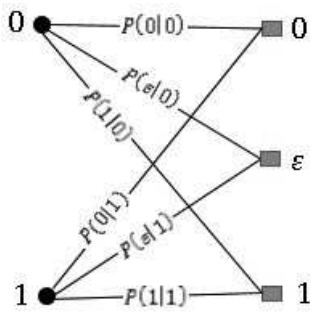

Fig. 1. Canal com Apagamento e Erros com $y_1 = 0$,$y_2 = \varepsilon$ e $y_3 = 1$.

A questão que se coloca é: como escolher os limiares L_{inf} e L_{sup} ?

Consideremos primeiramente um esquema de decisão abrupta, i.e, a criação de um DMC com saída binária. Baseando-se no critério de otimizar a taxa de corte deste DMC foi mostrado em [6] que, se o receptor possui CSI, o limiar ótimo é igual a $Ah/2$, onde $H = h$ é o valor observado.

O resultado para decisão abrupta com CSI nos motivou a propor um esquema com uma região de apagamento em torno de $Ah/2$ e com largura $\Delta = Ahd$, onde d será um parâmetro a ser otimizado. Sendo assim, $L_{inf} = Ah/2 - \Delta/2$ e $L_{sup} = Ah/2 + \Delta/2$. A questão colocada anteriormente se reduz agora a escolha de um valor ótimo para d. Para a escolha deste valor ótimo, iremos considerar tanto o critério da taxa de corte do canal quanto o critério da capacidade do canal. Para o caso de não haver CSI, iremos definir os limiares fixando $h = 1$, isto é, em torno de $A/2$ e com largura $\Delta = 2Ad$ (note a inclusão do fator 2 na definição da largura).

A. Canais com Estado

A capacidade de um DMC onde apenas o receptor possui informação do estado do canal, H, (assumida como uma variável discreta) é dada por [9]

$$C = \max_{P(x)} I(X; Y, H), \quad (3)$$

onde $P(x)$ é a distribuição da entrada e H é também uma saída do canal, i.e., as probabilidades de transição são dadas por $P(y, h|x) = P(y|x, h)P(h)$, com $P(h)$ a distribuição dos estados.

Se o receptor não possui informação do estado do canal, então [9]

$$C = \max_{P(x)} I(X; Y), \quad (4)$$

e as probabilidades de transição são $P(y|x) = \sum_h P(h)P(y|x, h)$.

Estes resultados de capacidade para canais DMC também são válidos para o caso em que H é uma variável contínua [9]. Sendo assim, para o caso sem CSI, as probabilidades de transição serão dadas por

$$P(y_i|x) = \int_{R_i} \int_0^{\infty} p(y|x, h)p(h)dhdy \quad (5)$$

onde $p(h)$ é a densidade de probabilidade do estado H e, pela equação (1), $p(y|x, h)$ é Gaussiana de média hx e variância σ_N^2. R_i é a região que define o símbolo discreto y_i como na equação (2).

Para o caso com CSI, as probabilidades de transição serão dadas por

$$P(y_i|x) = \int_0^{\infty} \int_{R_i} p(y|x, h)dy\, p(h)dh \quad (6)$$

De posse destes valores de probabilidade de transição é possível calcular-se o valor ótimo de R_0 para um canal com entrada binária e apagamento na saída através da expressão [4], [6]

$$R_0 = 1 - \log_2\{1 + \sum_{i=0}^{2} \sqrt{P(y_i|0)P(y_i|1)}\} \quad (7)$$

Entretanto, para o cálculo da capacidade de canal precisamos encontrar a distribuição de entrada $P(x)$ que maximiza a informação mútua. Para valores de probabilidades de transição do DMC com apagamento arbitrários e não-simétricos precisaremos recorrer a um algoritmo de otimização. Um algoritmo muito eficiente é o algoritmo de Blahut-Arimoto [10]. Entretanto, se o DMC for simétrico [11], a distribuição de entrada ótima é a uniforme. Na próxima subseção, veremos que a existência de CSI no receptor leva a criação de um DMC simétrico.

B. Canais Simétricos

Se a condição $P(y_i|0) = P(y_i|1)$, for satisfeita para $i = 0, 1, 2$, dizemos que o canal com apagamento é simétrico. Para o caso da existência de CSI podemos escrever esta condição como

$$\begin{aligned} P(y_i|0) &= \int_0^{\infty} \int_{R_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_N^2}} \exp[-\frac{y^2}{2\sigma_N^2}]dy\, p(h)dh \\ &= \int_0^{\infty} \int_{R_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_N^2}} \exp[-\frac{(y-hA)^2}{2\sigma_N^2}]dy\, p(h)dh \\ &= P(y_i|1) \end{aligned}$$

Entretanto, para os esquemas de quantização propostos neste artigo, as regiões de decisão R_i possuem simetria em torno de $Ah/2$. Esta simetria faz com que

$$\begin{aligned} F_i(h) &= \int_{R_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_N^2}} \exp[-\frac{y^2}{2\sigma_N^2}]dy \\ &= \int_{R_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_N^2}} \exp[-\frac{(y-hA)^2}{2\sigma_N^2}]dy \end{aligned}$$

e o canal com apagamento resultante da quantização seja simétrico independente do modelo adotado para a densidade do estado de canal, $p(h)$, ou seja $P(y_i|0) = P(y_i|1) = \int_0^\infty F_i(h)p(h)dh$, $i = 0, 1, 2$.

C. Canais Não-Simétricos

Para o caso de inexistência de CSI, as probabilidades de transição $P(y_i|0) = \int_{R_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_N^2}} \exp[-\frac{y^2}{2\sigma_N^2}]dy$, $i = 0, 1, 2$, serão independentes do modelo adotado para o estado de canal, mas $P(y_i|1)$, $i = 0, 1, 2$, serão dependentes do modelo. Isto faz com que, mesmo com a simetria das regiões de decisão, o canal com apagamento resultante não seja simétrico.

A Tabela I mostra valores das probabilidades de transição de um canal sem CSI para RSR=$15, 16$ e 17 dB. Pode-se notar que $P(1|1)$ demonstra um comportamento de saturação, i.e., um aumento de valor muito lento quando a RSR aumenta. E que $P(1|0)$ diminui significativamente com o aumento da RSR. Ambos os comportamentos também se verificam para valores maiores de RSR. Sabemos que para $x \in \{0, 1\}$ as probabilidades a posteriori $P(X = x|Y = 1)$, são proporcionais a $P(1|x)P(x)$. Entretanto, os comportamentos observados na Tabela I nos levam a concluir que $P(X = 1|Y = 1) \gg P(X = 0|Y = 1)$. Sendo assim, o canal com apagamento mostrado na Fig. 1 pode ser aproximado por um canal com apagamento sem a transição do símbolo $X = 0$ para o símbolo $Y = 1$, ou seja, quando o símbolo 1 é observado na saida do canal, ele é aceito como um símbolo correto. A adoção desta aproximação pode simplificar a implementação de um algoritmo de decodificação. A Fig. 2 mostra o diagrama do DMC simplificado.

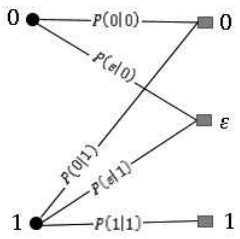

Fig. 2. Diagrama do Canal com Apagamenteo Simplificado.

TABELA I
PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO PARA UM CANAL SEM CSI E $d = 0, 4$

RSR (dB)	$P(1\|0)$	$P(1\|1)$
15	$2,08\ 10^{-07}$	0,41
16	$6,79\ 10^{-09}$	0,41
17	$9,36\ 10^{-11}$	0,41

III. RESULTADOS

De maneira similar aos resultados obtidos em [6], iremos considerar um canal com o estado H modelado por uma v.a. gamma-gamma com parâmetros $\alpha = 3$ e $\beta = 2.5$, ou seja, um índice de cintilação igual a $\sigma_I^2 = 0.867$.

A. Taxa de Corte

A Fig. 3 mostra resultado numéricos para a taxa de corte sem o uso de CSI e diversos valores do parâmetro d. $d = 0$ corresponde a apenas dois níveis de quantização, ou seja, decisão abrupta, e o resultado é idêntico ao obtido em [6]. Todas as curvas dos esquemas com apagamento mostram um comportamento de saturação como já notado para decisão abrupta. Entretanto, é importante observar que para valores muito elevados da RSR, a taxa de corte tende à unidade. A partir de 25 dB, o melhor esquema é para $d = 0.4$.

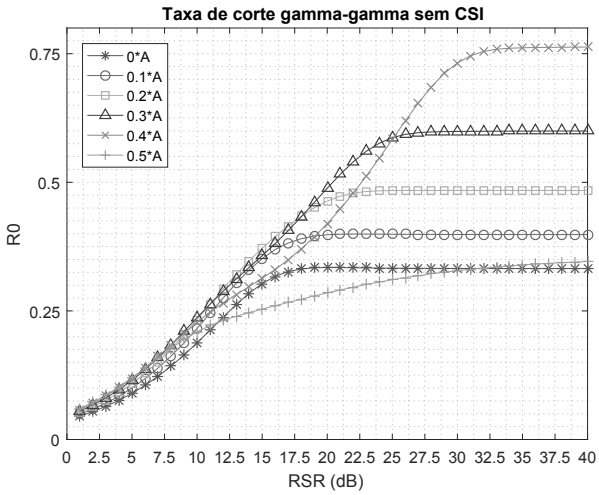

Fig. 3. Taxa de Corte sem CSI para $d \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$.

A Fig. 4 mostra resultado numéricos para a taxa de corte com o uso de CSI e diversos valores do parâmetro d. $d = 0$ também é mostrado aqui para referência. Pode-se notar que a influência da variação de d sobre o valor da taxa de corte é mais significativo entre 15 e 35 dB. Para qualquer RSR, o valor ótimo de d é igual a $0,4$. A Fig. 5 mostra um "zoom" da Fig. 4 em torno de 20 dB. Nela pode-se notar melhor a influência da variação de d sobre R_0. É importante notar que a taxa de corte do esquema com $d = 0,4$ (esquema de quantização não-uniforme com apenas três níveis de quantização) possui valores muito próximos ao do esquema uniforme com quatro níveis de quantização mostrado em [6] (a diferença de valores é menor que 0,03 na região entre 25 e 40 dB). Este comportamento corrobora a observação feita em [6] sobre a necessidade de quantização não-uniforme para se aproximar do desempenho de sistemas não-quantizados.

B. Capacidade de Canal

A Fig. 6 mostra resultado numéricos para a capacidade de canal sem o uso de CSI e diversos valores do parâmetro d. Todas as curvas dos esquemas com apagamento mostram um comportamento de saturação como já notado para a taxa de corte. Conforme já observado anteriormente, também a capacidade de canal tenderá à unidade para valores muito elevados da RSR. A partir de 25 dB, o melhor esquema é para $d = 0.4$, o mesmo valor que levou ao melhor esquema segundo o critério da taxa de corte.

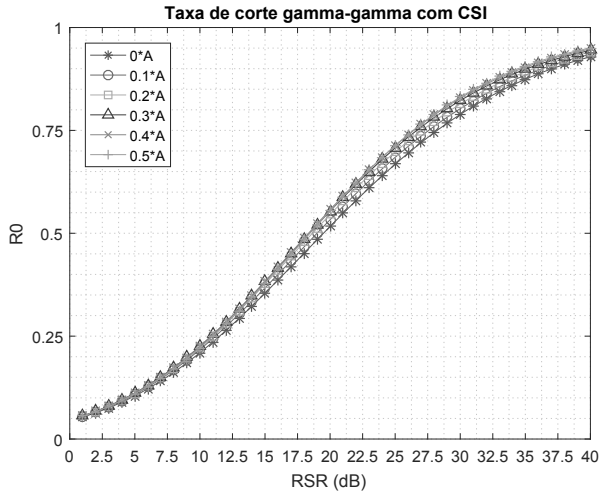

Fig. 4. Taxa de Corte com CSI para $d \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$.

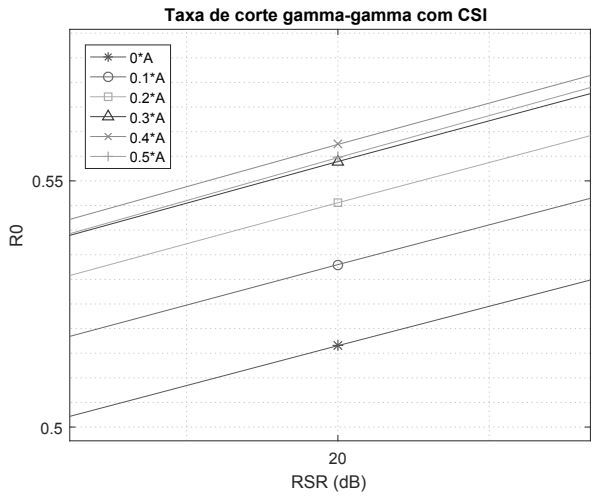

Fig. 5. "Zoom" da Taxa de Corte com CSI em torno de 20 dB.

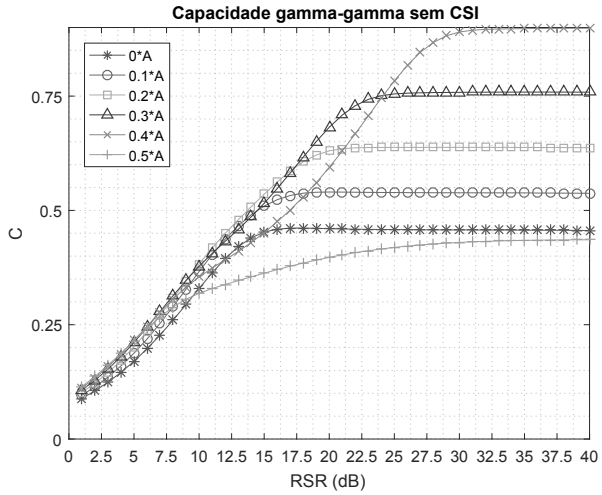

Fig. 6. Capacidade de Canal sem CSI para $d \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$.

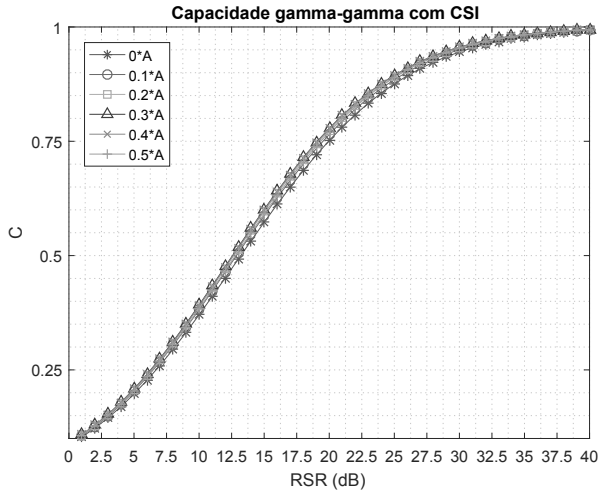

Fig. 7. Capacidade de Canal com CSI para $d \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$.

A Fig. 7 mostra resultados numéricos para a capacidade de canal com o uso de CSI e diversos valores do parâmetro d. Comparando-se esta figura com a Fig. 4 nota-se que a influência da variação de d sobre o valor da capacidade de canal é menos significativa que a influência sobre o valor da taxa de corte. Para qualquer RSR, o valor ótimo de d é igual a $0,3$. A Fig. 8 mostra um "zoom" da Fig. 7 em torno de 20 dB. Nela pode-se notar melhor a influência da variação de d sobre C. É importante ressaltar que apesar de $d = 0,3$ levar ao maior valor de capacidade, a diferença entre este valor e o valor para $d = 0,4$ é muito pequena.

A Fig. 9 compara os resultados numéricos para C com e sem CSI e também os resultados para R_0 com e sem CSI considerando os valores ótimos do parâmetro d. Pode-se notar que tanto R_0 quanto C preveem ganhos similares para o uso de CSI. Por exemplo, para $C = R_0 = 0,75$, ambos os critérios preveem um ganho aproximado de 5 dB. Entretanto, os resultados mostram que R_0 está aproximadamente $7,5$ dB distante de C.

IV. Conclusões

Esse artigo propôs um esquema de quantização para decodificação suave em sistemas FSO codificados que utilizam modulação OOK. O esquema de quantização foi otimizado considerando-se como critérios tanto a capacidade de canal quanto a taxa de corte de canal. O esquema de quantização possui três níveis, i.e., ele utiliza o conceito de uma região de apagamento. Algumas características relevantes deste esquema foram observadas. Mostrou-se que o uso de regiões de quantização não-uniformes pode conduzir a ganhos de desempenho. Esta característica já havia sido antecipada em [6]. Mostrou-se também que se o receptor faz uso de CSI, o DMC resultante da quantização será simétrico independente do modelo adotado para a densidade de probabilidade do estado de canal. Entretanto, se não se faz uso de CSI, o DMC resultante será não-simétrico. Observou-se também que se o modelo adotado para a densidade é a gamma-gamma, o DMC não-simétrico pode ser aproximado por outro DMC onde o símbolo "1" é aceito como correto. Esta aproximação

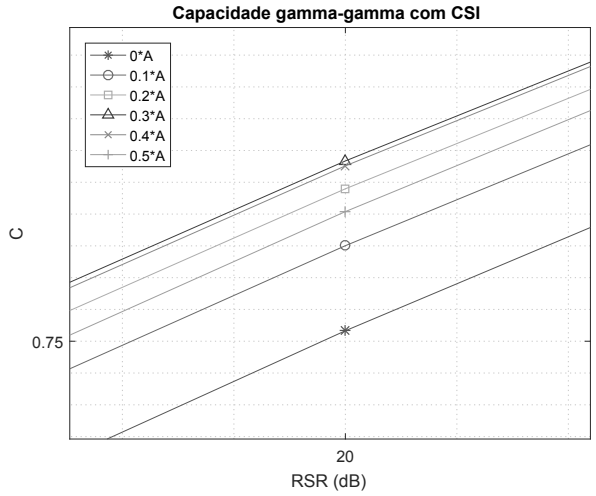

Fig. 8. ”Zoom” da Capacidade de Canal com CSI em torno de 20 dB.

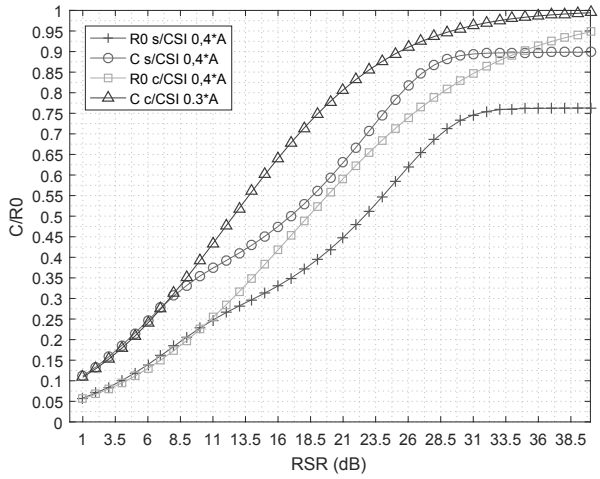

Fig. 9. Comparação da Capacidade de Canal e da Taxa de Corte para o Canal com Apagamento.

pode simplificar um algoritmo de decodificação. E finalmente observou-se que apesar dos resultados mostrarem ganhos significativos da capacidade sobre a taxa de corte, ambos os critérios indicam ganhos de desempenho similares quando se faz uso de CSI no receptor.

AGRADECIMENTO

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) através do projeto 2013/25977-7.

REFERÊNCIAS

[1] M. A. Khalighi e M. Uysal, ”Survey on Free Space Optical Communication: A Communication Theory Perspective,” IEEE Commun. Surveys and Tutorials, v. 16, no. 4, pp. 2231-2258, 2014.

[2] F. Xu, A. Khalighi, P. Caussé e S. Bourennane, ”Channel coding and time-diversity for optical wireless links,” Optics Express, vol. 17, no. 2, pp. 872-887, 2009.

[3] X. Ma, X. Zhang, H. Yu e A. Kavčić,”Optimal Quantization for Soft-Decision Decoding Revisited,” Int. Symp. on Inf. Theory and Its App., Xian, China, Outubro, 2012.

[4] J. L. Massey, ”Coding and modulation in digital communications,” in Proc. Int. Zurich Seminar on Digital Communications, pp,E2(1)-E2(4), 1974.

[5] L.-N. Lee, ”On optimal soft-decision demodulation,” IEEE Trans. on Inf. Theory, vol. IT-22, pp. 437-444, 1976.

[6] C. J. R. Runge e J. Portugheis, ”Demodulator Quantization of Coded OOK FSO Systems over Atmospheric Turbulence Channels,” VI International Workshop on Telecommunications, Brazil, pp. 116-119, 14-17 de Junho, 2015.

[7] J. Anguita, M. Neifeld, B. Hildner e B. Vasic, ”Rateless Coding on Experimental Temporally Correlated FSO Channels,” Journal of Lightwave Technology, vol. 28, no. 7, pp. 990-1002, 2010.

[8] K. Kiasaleh, ”Channel estimation for FSO channels subject to Gamma-Gamma turbulence,” Int. Conf. on Space Opt. Sys. and Applications, Corsica, France, pp. 1-7, 9-12 de Outubro, 2012.

[9] A. E. Gamal e Y-H. Kim, ”Network Information Theory,” Cambridge University Press, 2011.

[10] S. Arimoto, ”An algorithm for computing the capacity of arbitrary discrete memoryless channels,” IEEE Transactions on Information Theory, vol. 18, no. 1, pp. 14 - 20, 1972.

[11] T. M. Cover e J. A. Thomas, ”Elements of Information Theory,” Wiley-Interscience, 2006.