Avaliação de algoritmos de localização de alvos baseados apenas em medidas de marcação

Edilson C. dos Santos, José A. Apolinario Jr. e José C. Araujo dos Santos

***Resumo*—Este artigo apresenta uma avaliação do desempenho de algoritmos de localização de emissores eletromagnéticos em um cenário tático naval. Com o intuito de estimar a posição do alvo, são utilizadas apenas as medidas de ângulo de chegada, ou marcação, do sinal transmitido do alvo para o observador. É assumido que as medidas de marcação são corrompidas com ruído e que a posição exata do observador é conhecida. As simulações são realizadas com a utilização dos algoritmos *Least Squares* (LS), *Total Least Squares* (TLS), do algoritmo baseado na Transformada de Hough Generalizada (*Generalized Hough Transform* - GHT) e do Minimax, com a finalidade de estimar a posição de um alvo fixo no mar. As medidas de ângulos de chegada são assumidamente feitas por aeronaves tripuladas ou não tripuladas.**

Palavras-Chave*—*Localização passiva de emissores, Ângulos de chegada, Least squares, Generalized Hough Transform.

Abstract— **This paper presents an evaluation of the performance of electromagnetic emitters location algorithms in a naval tactical scenario. In order to estimate the target position, only angle of arrival measurements, or bearings, of the transmitted signal from the target to the observer, are used. It is assumed that bearing measurements are corrupted with noise and that the exact position of the observer is known. The simulations are performed using algorithms least squares algorithm (LS), total least squares (TLS), one based on the Generalized Hough Transform (GHT) and Minimax, for the purpose of estimating the position of a fixed target at sea. The angle of arrival measurements are made by manned or unmanned aircrafts.**

Keywords*—*Passive target location, Angle of arrival, Least squares, Generalized Hough Transform.

I. INTRODUÇÃO

O problema da estimação da localização de emissores tem uma vasta quantidade de aplicações tanto no meio civil quanto no meio militar, como por exemplo, em guerra eletrônica, vigilância, localização e supressão de interferências. Devido ao interesse cada vez maior dos pesquisadores por esta área, há diversos trabalhos na literatura sobre este tema [1].

A estimação da localização de alvos é obtida pelo ponto de intersecção das linhas de marcação medidas pelo observador em diferentes posições, método este conhecido como triangulação. Na ausência de erros nas medidas de marcação, a intersecção das linhas ocorre em um único ponto; na presença de erros em tais medidas, uma solução ótima para a triangulação é obtida através de métodos estatísticos [2].

Um dos primeiros trabalhos realizados para a localização de alvos está em [3], onde o autor apresentou o estimador *weighted least squares* (WLS). Em [4] foi proposto o algoritmo *total least squares* (TLS). Os estimadores *maximum likelihood* (ML), *least squares* e *weighted least squares* foram comparados em [5]. Uma publicação onde o filtro de Kalman é utilizado com o propósito de localizar alvos está em [6]. Outro algoritmo de localização de emissores foi apresentado em [7-10], o qual é baseado na transformada de Hough e permite que tipos diferentes de dados, tais como, ângulo de chegada, diferença do tempo de chegada e diferença da frequência de chegada, possam ser fundidos, melhorando a precisão da localização do alvo. Uma análise da acurácia na localização de um radiotransmissor em um ambiente urbano foi proposto em [11].

Neste trabalho, os desempenhos dos algoritmos *Least Squares* (LS), *Total Least Squares* (TLS), do algoritmo baseado na Transformada de Hough Generalizada (*Generalized Hough Transform* - GHT) e do Minimax são analisados. O cenário consiste de um alvo fixo no mar, que pode ser um navio ou uma plataforma petrolífera, as medidas de ângulos de chegada são feitas por aeronaves tripuladas ou não tripuladas. É assumido que as medidas de marcação do alvo são corrompidas com ruído e que as posições exatas das aeronaves são conhecidas. Adicionalmente, este trabalho apresenta uma interpretação geométrica de alguns destes algoritmos.

II. MODELO DE LOCALIZAÇÃO

A geometria de localização do alvo em duas dimensões é apresentada na Figura 1. Assume-se neste trabalho que apenas medidas de marcação são utilizadas na localização de um alvo.

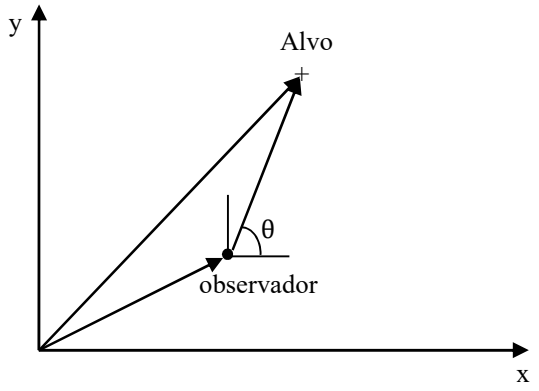

Fig. 1. Geometria da localização de alvos em duas dimensões.

Seja $\boldsymbol{a} = [a_x, a_y]^{\mathrm{T}}$ as coordenadas a serem estimadas do alvo estacionário. O observador coleta as medidas de marcação em L pontos distintos, cujas coordenadas são representadas por $\boldsymbol{p}_i = [p_{x_i}, p_{y_i}]^{\mathrm{T}}$, $i = 1, 2, \ldots, L$. A relação entre o ângulo de

Departamento de Engenharia Elétrica, Instituto Militar de Engenharia (IME), Rio de Janeiro-RJ, Brasil, E-mails: edilson.celestino@yahoo.com.br, apolin@ime.eb.br, araujo@ime.eb.br.

marcação, a posição do alvo e as posições do observador na ausência de ruído é dada pela equação não linear a seguir:

$$\theta_i = tan^{-1}\left(\frac{a_y - p_{y_i}}{a_x - p_{x_i}}\right). \quad (1)$$

É assumido neste trabalho que as posições exatas dos observadores são conhecidas e que as medidas de marcação possuem erros modelados por ruído aditivo:

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i + n_i, \qquad n_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2) \quad (2)$$

onde n_i é uma variável aleatória Gaussiana com média zero e variância σ_i^2.

III. ALGORITMOS DE LOCALIZAÇÃO

Nesta seção, são apresentados algoritmos que utilizam somente medidas de marcação para localizar emissores.

A. Algoritmo LS

Este algoritmo, conhecido como estimador de Stansfield [3], minimiza uma função objetivo que é a soma dos quadrados das distâncias entre um ponto no plano e as retas representativas das marcações medidas pelo observador. Nas referências [2] e [5], a função custo deste algoritmo é apresentada como soma dos quadrados dos erros das medidas dos ângulos de marcação, que requer uma aproximação do tipo $\tilde{\theta}_i - \theta_i \approx sen(\tilde{\theta}_i - \theta_i)$. A interpretação geométrica proposta é precisa por não necessitar de tal aproximação. A Figura 2 ilustra o cenário onde L medidas de marcação são realizadas.

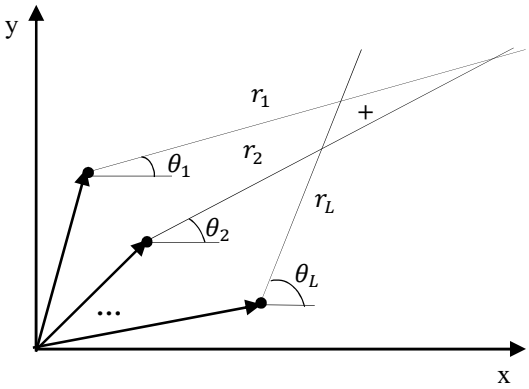

Fig. 2. Localização do emissor utilizando medidas de marcação.

O módulo da distância entre a localização a ser estimada e as retas que representam as marcações é dada pela expressão:

$$|d_i| = \frac{|(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{p_i}) \times \boldsymbol{u}_i|}{|\boldsymbol{u}_i|}, \quad (3)$$

onde $\boldsymbol{u}_i = [cos\theta_i, sen\theta_i]^\top$ é um vetor unitário na reta r_i, ou seja, $|\boldsymbol{u}_i| = 1$. O vetor $\boldsymbol{a} = [a_x, a_y]^\top$ possui as coordenadas a serem estimadas do alvo estacionário, $\boldsymbol{p}_i = [p_{x_i}, p_{y_i}]^\top$ é um vetor com as coordenadas do observador em $i = 1, 2, \dots, L$ pontos distintos e " × " indica produto vetorial. Sendo assim, tem-se:

$$|d_i| = \left|(a_x - p_{x_i})sen\theta_i - (a_y - p_{y_i})cos\theta_i\right|$$

$$d_i = (a_x - p_{x_i})sen\theta_i - (a_y - p_{y_i})cos\theta_i$$

$$d_i = \left[(a_x - p_{x_i}), (a_y - p_{y_i})\right][sen\theta_i, -cos\theta_i]^\top$$

Considerando que $\bar{\boldsymbol{u}}_i = [sen\theta_i, -cos\theta_i]^\top$

$$d_i = (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{p}_i)^\top \bar{\boldsymbol{u}}_i$$

$$d_i = \bar{\boldsymbol{u}}_i^\top(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{p}_i)$$

Logo, o vetor distância $\boldsymbol{d} = [d_1, d_2, \dots, d_L]^\top$ é dado por:

$$\boldsymbol{d} = \bar{\boldsymbol{U}}\boldsymbol{a} - \bar{\boldsymbol{p}} \quad (4)$$

sendo que,

$$\bar{\boldsymbol{U}} = [\bar{\boldsymbol{u}}_1, \bar{\boldsymbol{u}}_2, \dots, \bar{\boldsymbol{u}}_L]^\top \text{ e } \bar{\boldsymbol{p}} = \left[\bar{\boldsymbol{u}}_1^\top \boldsymbol{p}_1, \bar{\boldsymbol{u}}_2^\top \boldsymbol{p}_2, \dots, \bar{\boldsymbol{u}}_L^\top \boldsymbol{p}_L\right]^\top.$$

A função objetivo "ζ", ou custo, é representada pela soma dos quadrados das distâncias entre o ponto a ser estimado e as retas que representam as marcações medidas pelo observador, sendo dada pela equação:

$$\zeta = \sum_{i=1}^{L} d_i^2 = \|\boldsymbol{d}\|^2 \quad (5)$$

Considerando a Equação (5), tem-se que:

$$\zeta = \boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{d} = (\bar{\boldsymbol{U}}\boldsymbol{a} - \bar{\boldsymbol{p}})^\top(\bar{\boldsymbol{U}}\boldsymbol{a} - \bar{\boldsymbol{p}}).$$

Em seguida, calculando o gradiente da função custo em relação ao vetor $\boldsymbol{a}$ e igualando o resultado ao vetor nulo, $\nabla_{\boldsymbol{a}}\zeta = \boldsymbol{0}$, encontra-se a solução LS:

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{LS} = (\bar{\boldsymbol{U}}^T\bar{\boldsymbol{U}})^{-1}\bar{\boldsymbol{U}}^\top\bar{\boldsymbol{p}} \quad (6)$$

B. Algoritmo TLS

De acordo com [12], a solução TLS para o problema de localização do emissor é dada por:

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{TLS} = (\boldsymbol{A}^\top\boldsymbol{A} - \sigma_S^2\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{A}^\top\boldsymbol{b} \quad (7)$$

onde σ_S^2 é o menor valor singular da matriz $[\boldsymbol{A}\ \boldsymbol{b}]$,

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} sen\theta_1 & -cos\theta_1 \\ \vdots & \vdots \\ sen\theta_L & -cos\theta_L \end{bmatrix} \text{ e } \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} p_{x_1}sen\theta_1 - p_{y_1}cos\theta_1 \\ \vdots \\ p_{x_L}sen\theta_L - p_{y_L}cos\theta_L \end{bmatrix}.$$

C. Algoritmo GHT

A localização do emissor pode ser estimada através de um algoritmo baseado na transformada de Hough [13]. A GHT é uma transformação matemática que mapeia pontos do espaço de características (*Feature Space* - FS), ou entrada, em curvas no espaço de parâmetros (*Parameter Space* - PS). O algoritmo calcula a posição estimada realizando os seguintes passos [7-10]:

1 . Cria-se uma tabela fixa, ou grade, como os parâmetros (x,y) que precisam ser estimados;

2. Em cada ponto da tabela, a função densidade de probabilidade (pdf) condicional é avaliada, $p(x, y|\beta)$, dada a medida β. O resultado é acumulado na matriz A:

$$A(x, y) = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} p(x, y|\beta_l)$$

onde β_l é a l-ésima medida de um total de L;

3. A estimativa é tomada como a posição da tabela correspondente ao pico da probabilidade acumulada.

A aplicação deste algoritmo com medidas de ângulos de chegada, e assumindo que os erros nas medidas dos mesmos são Gaussianos, a pdf acumulada é dada por:

$$\mathrm{A}(x, y) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} \frac{e^{\frac{-(\theta_{c_i} - \theta_i)^2}{\sigma_{\theta_l}^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\theta_i}} \quad (8)$$

onde θ_i é ângulo medido pelo i-ésimo receptor; $\theta_{c_i} = tan^{-1}\left(\frac{y-y_i}{x-x_i}\right)$ é o ângulo calculado pelo i-ésimo receptor no ponto (x_i, y_i) ao ponto (x, y) e σ_{θ_i} é o desvio padrão dos erros das medidas dos ângulos para cada receptor.

D. Algoritmo Minimax

Neste novo algoritmo, a posição do alvo é estimada minimizando-se as distâncias máximas entre os possíveis pontos de localização do alvo e as retas que representam as marcações medidas pelo observador, desta forma, é encontrada a solução minimax. Uma abordagem mais aprofundada sobre a solução minimax, pode ser encontrada em [14-18]. Para o desenvolvimento deste algoritmo, utiliza-se a rotina "fminimax" do software MATLAB®.

Uma interpretação geométrica para este algoritmo pode ser obtida para o caso em que três medidas de marcações estão disponíveis. A posição do alvo estimada, neste caso, é o incentro do triângulo formado pelas três medidas, conforme representado na Figura 3.

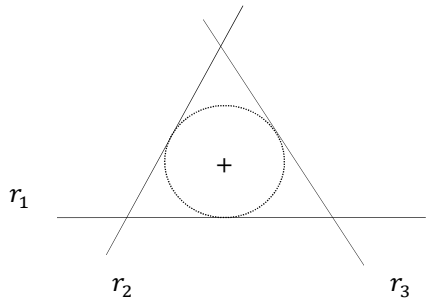

Fig. 3. Interpretação geométrica para o algoritmo Minimax.

IV. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Com o intuito de avaliar o desempenho dos algoritmos, realizou-se simulações num cenário comum para todos os algoritmos, como representado na Figura 4. Neste cenário, duas plataformas aéreas estão se movendo a 400 m/s seguindo um caminho ondulatório: a plataforma 1 segue no sentido norte e a plataforma 2 segue no sentido leste, elas são capazes de medir as marcações de um alvo estacionário no mar na posição (40km, 70km). Considera-se que cada plataforma obteve 10 medidas de marcação e o desvio padrão dos erros das medidas é 0.02 radiano.

A Tabela I apresenta a média aritmética dos erros RMS (*root mean square error*) das estimativas da posição do alvo para 1000 rodadas independentes, em quilômetros. O erro RMS para cada rodada é calculado da seguinte forma:

$$RMSE = \sqrt{\frac{(\hat{x}-x)^2+(\hat{y}-y)^2}{2}} \quad (9)$$

onde $(\hat{x}, \hat{y})$ é a posição estimada e (x, y) é a posição verdadeira do alvo.

O algoritmo TLS apresentou um resultado mais preciso que os outros três. O algoritmo LS, por sua vez, apresentou um desempenho superior em relação aos algoritmos Minimax e GHT; o algoritmo GHT levou uma pequena vantagem quando comparado com o Minimax.

A Figura 5 apresenta as estimativas da posição do alvo obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações. De maneira semelhante, na Figura 6 estão as estimativas apresentadas pelo algoritmo LS. As estimativas do algoritmo GHT estão na Figura 7 e a Figura 8 apresenta as estimativas do algoritmo Minimax.

Como pode ser observado, novamente o algoritmo TLS obteve as melhores estimativas, com resultados mais próximos ao alvo na posição (40km, 70km). O algoritmo LS apresentou estimativas melhores do que os algoritmos GHT e Minimax, que apresentaram resultados semelhantes, o GHT possuindo estimativas um pouco melhores que as do Minimax.

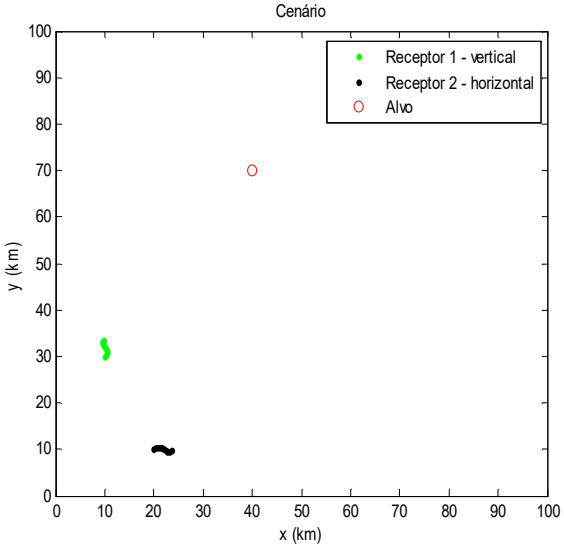

Fig. 4. Cenário para localização de um alvo com medidas de marcação.

TABELA I. ERRO RMS DAS ESTIMATIVAS PARA 1000 SIMULAÇÕES

	Erro RMS (km)
TLS	0.7968
LS	0.8432
GHT	2.1977
Minimax	2.1985

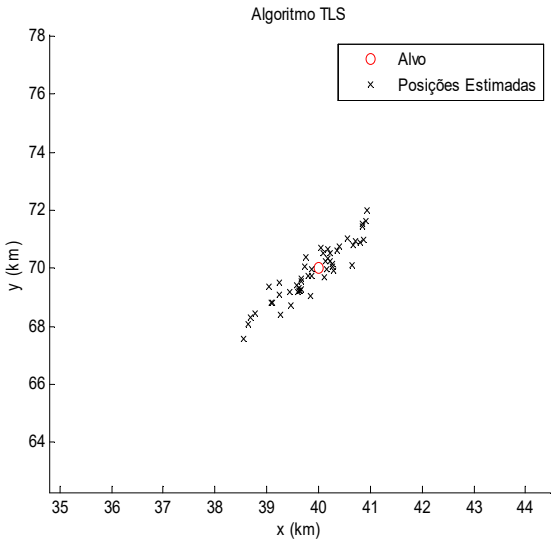

Fig. 5. Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.

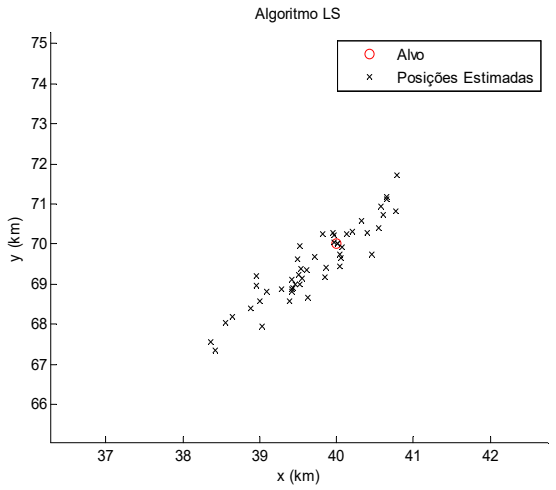

Fig. 6. Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.

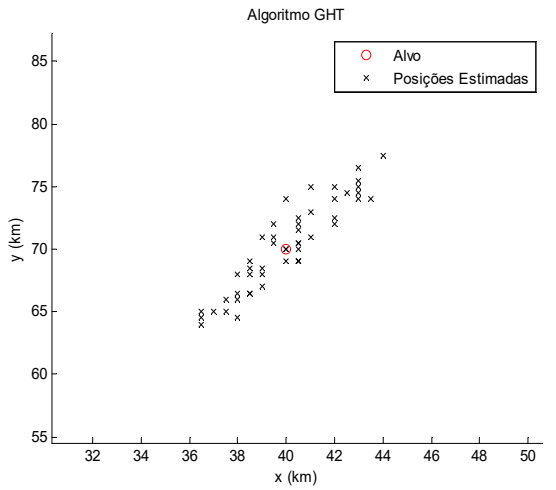

Fig. 7. Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.

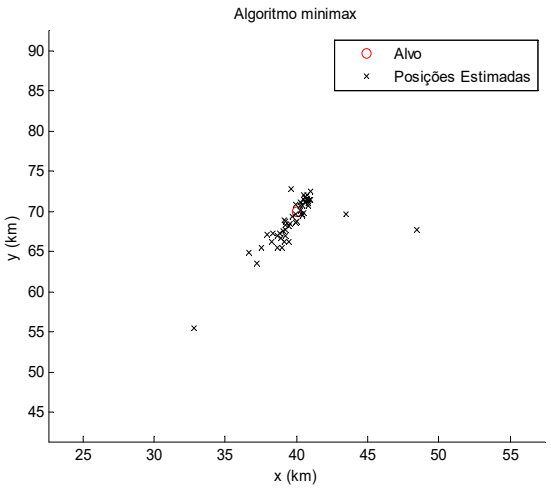

Fig. 8. Estimativas obtidas pelo algoritmo Minimax para 50 simulações.

V. CONCLUSÕES

O problema de localização de emissores eletromagnéticos foi abordado neste artigo. Os algoritmos de localização *Total Least Squares*, *Least Squares*, o algoritmo baseado na Transformada de Hough Generalizada e o algoritmo Minimax, que utilizam medidas de marcação, tiveram seus desempenhos comparados. As simulações foram desempenhadas em um cenário naval tático comum a todas as técnicas. O algoritmo TLS apresentou resultados mais precisos que os demais; ele foi seguido pelo LS, GHT e Minimax. Os dois últimos algoritmos apresentaram desempenhos semelhantes. Além disso, interpretações geométricas foram apresentadas para alguns algoritmos.

Os algoritmos de localização de alvos apresentados neste artigo são algoritmos de lote (*batch*), onde todas as medições são efetuadas antes da aplicação do algoritmo estimador. Como trabalho futuro, pode-se explorar a recursividade dos algoritmos de modo que os dados de medição sejam recolhidos e imediatamente aplicados ao algoritmo de estimação da localização de emissores. Além disso, pode-se avaliar os algoritmos num cenário onde existam incertezas na posição do observador, que pode descrever trajetórias diversificadas e os erros nas medidas de marcação sejam modelados com outras distribuições, que não a distribuição normal.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Marinha do Brasil, pelo CNPq (Projeto Universal, Processo nr. 456901/2014-0) e pela CAPES (Projeto Prodefesa, Processo nr. 23038.009094/2013-83).

REFERÊNCIAS

[1] R. A. POISEL, "*Electronic Warfare Target Location Methods*," Artech House Inc, Norwood MA, 2012.

[2] K. Dogançay, "*Bearing-only target localization using total least squares,*" Signal Processing, vol. 85, pp. 1695-1710, September 2005.

[3] R. G. Stansfield, "*Statistical theory of DF fixing*," J. IEE 94 (15), pp. 762-770, March 1947.

[4] K. D. Rao and D. C. Reddy, "*A new method for finding electromagnetic emitter location*," IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, vol. 30, pp. 1081-1085, October 1994.

[5] M. Gavish and A. J. Weiss, "*Performance analysis of bearing-only target location algorithms*," IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, vol. 28, pp. 817-828, July 1992.

[6] K. Spingarn, "*Passive position location estimation using the extended Kalman filter*," IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, vol. 23, pp. 558-567, July 1987.

[7] A. Mikhalev and R. F. Ormondroyd, "*Fusion of sensor data for source localization using the Hough Transform*," The 9th International Conference on Information Fusion, July 2006.

[8] A. Mikhalev and R. F. Ormondroyd, "*Comparison of Hough Transform and Particle Filter methods of emitter geolocation using fusion of TDOA data*," 4th Workshop on Positioning, Navigation and Communication, March 2007.

[9] A. Mikhalev and R. F. Ormondroyd, "*Passive Emitter Geolocation using Agent-based data fusion of AOA, TDOA and FDOA measurements*," 10th International Conference on Information Fusion, July 2007.

[10] A. Mikhalev, E. J. Hughes and R. F. Ormondroyd, "*Comparison of Hough Transform and Particle Filter methods of Passive Emitter Geolocation using Fusion of TDOA and AOA data*," 13th International Conference on Information Fusion, July 2010.

[11] A. C. G. Thomé, J. C. A. Santos, A. G. Adami e L. C. S. Zamprogno. "Avaliação de Erros de Localização de Emissores em Ambiente Urbano: Um Estudo de Caso no Rio de Janeiro," In: XIV Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa - SIGE 2012, 2012, São José dos Campos - SP. Anais do XIV Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa, 2012. v. 1. p. 1.

[12] I. Markovsky and S. Huffel, "*Overview of total least squares methods*," Signal Processing, vol. 87, pp. 2283-2302, October 2007.

[13] P. V. C. HOUGH, "*Method and means for recognizing complex patterns*," US Patent 3069654, December 1962.

[14] R. Brayton, , S. Director, G. Hachtel, and L.Vidigal, "*A New Algorithm for Statistical Circuit Design Based on Quasi-Newton Methods and Function Splitting*," IEEE Trans. Circuits and Systems, Vol. CAS-26, pp. 784-794, September 1979.

[15] A.C.W. Grace, "*Computer-Aided Control System Design Using Optimization Techniques*," Ph.D. Thesis, University of Wales, Bangor, Gwynedd, UK, 1989.

[16] S.P. Han, "*A Globally Convergent Method For Nonlinear Programming*," Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 22, p. 297, 1977.

[17] K. Madsen and H. Schjaer-Jacobsen, "*Algorithms for Worst Case Tolerance Optimization*," IEEE Trans. of Circuits and Systems, Vol. CAS-26, September 1979.

[18] M.J.D. Powell, "*A Fast Algorithm for Nonlinearly Constrained Optimization Calculations*," Numerical Analysis, ed. G.A. Watson, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 630, Springer Verlag, 1978.