

# Decodificação Iterativa para Canais com Memória e Decodificação Suave

Igor Moreira e Cecilio Pimentel

**Resumo**— Este trabalho apresenta um novo modelo de canal de estados finitos Markoviano (FSMC), não binário, para capturar tanto a informação de decisão suave como a correlação temporal de um canal discreto com desvanecimento. Em seguida, é discutido um esquema de decodificação iterativa, baseado no algoritmo soma-produto, para a decodificação e estimação do estado do canal de forma conjunta. Em seguida, é estudado o desempenho de códigos LDPC (*low-density parity-check codes*) em canais FSMC não binários. Quantifica-se, particularmente, o ganho de codificação obtido com o aumento do alfabeto de saída do canal.

**Palavras-Chave**— Canais de estados finitos Markovianos, códigos LDPC, algoritmo soma-produto, probabilidade de erro, quantização suave.

**Abstract**— This paper presents a new non-binary finite state Markov channel (FSMC) that captures both the soft-decision information and the temporal correlation of a discrete fading channel. An interative decoding scheme, based on the sum-product algorithm, is also discussed for joint decoding and channel state estimation. The performance of LDPC codes over the proposed non-binary FSMC is then studied and the coding gain obtained by increasing the channel output alphabet is analyzed.

**Keywords**— Finite-state Markovian channels, LDPC codes, sum-product algorithm, error probability, soft quantization.

## I. INTRODUÇÃO

Canais de comunicações sem fio estão sujeitos a uma série de distúrbios que variam no tempo como, por exemplo, regiões de sombreamento e desvanecimento por multipercurso. A caracterização de canais sem fio por canais de estados finitos Markovianos tem por principal objetivo reproduzir as propriedades estatísticas das sequências de erros oriundas das condições de propagação, uma vez que esses erros possuem uma correlação temporal, ou seja, não são independentes.

Um canal de estados finitos Markoviano (FSMC, *finite state Markov channel*) é um canal discreto que possui um conjunto finito de estados cuja transição é descrita por uma cadeia de Markov, a qual tem probabilidades de transição atribuídas de forma independente do tempo. A cada estado é associada uma determinada probabilidade de geração de erros. Modelos FSMC binários (entrada binária, saída binária) têm sido amplamente utilizados para descrever estruturas de correlação de erros em canais sem fio [1]–[3]. Embora esses trabalhos sejam restritos à canais binários, estudos em teoria

da informação revelam que a decisão suave pode aumentar significativamente a capacidade de várias classes de canais [4].

Este trabalho apresenta um novo modelo FSMC não binário (entrada binária, saída  $2^\xi$ -ária, sendo  $\xi$  um inteiro) para capturar tanto a informação de decisão suave como a correlação temporal de um canal discreto com desvanecimento (DFC, *discrete fading channel*), composto por um modulador BPSK (*binary phase-shift keying*), um canal com desvanecimento Rayleigh correlacionado no tempo, um demodulador coerente e um quantizador com  $2^\xi$  níveis de quantização. Em seguida, é analisado o desempenho de um sistema de comunicação composto por um código LDPC, um canal FSMC com decisão suave que modela um DFC e um esquema de decodificação iterativa, baseado no algoritmo soma-produto, para a decodificação e estimação do estado do canal de forma conjunta. Este esquema foi proposto em [5] para uma classe particular de canal FSMC denominado de canal Gilbert-Elliott (GEC) e é estendido para um FSMC não binário proposto neste trabalho.

Desenvolve-se um algoritmo soma-produto (ASP) sobre um grafo de fatores que representa a estrutura do código e do FSMC. O fluxo de mensagens a serem passadas através deste grafo é desenvolvido neste trabalho. Resultados de simulações de códigos LDPC, operando sobre este grafo de fatores, quantificam o ganho de codificação obtido com o aumento do alfabeto de saída do canal.

O restante deste trabalho está organizado em cinco seções. A Seção II descreve o modelo de canal não binário, o FSMC proposto, bem como detalha o DFC. Na Seção III é descrito o grafo de fatores para o código LDPC e para o FSMC, seguida pela Seção IV que aborda a decodificação pelo ASP. Na Seção V são explicitados os resultados do desempenho de um código LDPC usando o algoritmo de decodificação proposto. Por fim, na Seção VI são indicadas as conclusões deste trabalho.

## II. MODELO DE CANAL NÃO-BINÁRIO

Seja  $\mathcal{X} = \{0, 1\}$  e  $\mathcal{Y} = \{0, 1, \dots, 2^\xi - 1\}$  os alfabetos de entrada e saída de um canal de comunicações discreto, respectivamente. Denota-se o processo de entrada  $\{X_k\}_{k=1}^\infty$ ,  $X_k \in \mathcal{X}$  e o processo de saída  $\{Y_k\}_{k=1}^\infty$ ,  $Y_k \in \{0, 1, \dots, 2^\xi - 1\}$ . É conveniente ter-se uma expressão da saída  $\{Y_k\}$  de um canal como uma função explícita do processo de entrada  $\{X_k\}$  e do processo de ruído  $\{Z_k\}$ , em que os processos  $\{Z_k\}$  e  $\{X_k\}$  são independentes entre si. Neste caso, o processo de ruído pode ser modelado por um modelo FSMC independente da entrada do canal. Considera-se um canal de entrada binária

Igor Moreira, Agência Nacional de Telecomunicações, Brasília-DF, email: igormoura@anatel.gov.br. Cecilio Pimentel, Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, email: cecilio@ufpe.br.

Este trabalho recebeu suporte do CNPq e FACEPE.

e saída  $2^\xi$ -ária dado por [6]:

$$Y_k = (2^\xi - 1)X_k + (-1)^{X_k} Z_k \quad (1)$$

onde  $k = 1, 2, \dots$ . Refere-se ao canal descrito por (1) como o canal discreto de ruído não binário (NBND, *Non-Binary Noise Discrete Channel*), em que a saída  $Y_k$  é expressa em termos da entrada  $X_k$  e do ruído  $Z_k$ . Assume-se que o processo de ruído  $\{Z_k\}$  em (1) é governado por uma distribuição de ordem  $n$ ,  $P_{\text{NBND}}^{(n)}(z^n) \triangleq P_{\text{NBND}}^{(n)}(Z_1 = z_1, \dots, Z_n = z_n)$ , para  $z_k \in \mathcal{Y}$ ,  $k = 1, \dots, n$ . Segue diretamente de (1) e do fato que os processos de entrada e de ruído são independentes que, para cada  $n \geq 1$ , a probabilidade condicional de ordem  $n$  do NBND é dada por  $P_{\text{NBND}}^{(n)}(y^n | x^n) = P_{\text{NBND}}^{(n)}(z^n)$  em que  $z^n$  é um vetor de erro cujas componentes são dadas por

$$z_k = \frac{y_k - (2^\xi - 1)x_k}{(-1)^{x_k}}, \quad k = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Será proposto a seguir um modelo FSMC não binário para a geração do processo de ruído do NBND.

### A. FSMC Não-Binário

Um FSMC consiste de uma cadeia de Markov  $\{S_k\}_{k=1}^\infty$  com  $J$  estados, homogênea, estacionária,  $S_k \in \{0, 1, \dots, J-1\}$ . A matriz de transição de probabilidade  $\mathbf{P}$ , de dimensões  $J \times J$ , tem como elementos as probabilidades  $p_{i,j} = P(S_k = j | S_{k-1} = i)$ . O vetor de probabilidade estacionária é  $\boldsymbol{\Pi} = [\pi_0, \dots, \pi_{J-1}]$ . A densidade de probabilidade conjunta de ordem  $n$  de uma sequência de estados da cadeia é fatorada da seguinte forma:

$$P_{\text{FSMC}}^{(n)}(s^n) = \pi_{s_1} \prod_{i=1}^{n-1} P(s_{i+1} | s_i).$$

O mecanismo de transição de estados independe da sequência de entrada do canal. A cada estado da cadeia é associado um canal discreto sem memória (DMC, *discrete memoryless channel*) especificado pela probabilidade condicional  $P(y | x, s) = P(Y_k = y | X_k = x, S_k = s)$ ,  $y \in \mathcal{Y}$  e  $x \in \mathcal{X}$ . O canal é condicionalmente independente, dado uma sequência de estados, isto é:

$$P_{\text{FSMC}}^{(n)}(y^n | x^n, s^n) = \prod_{i=1}^n P(y_i | x_i, s_i).$$

Propõe-se, neste trabalho, um modelo FSMC não binário, que possui dois estados, cujas probabilidades de transição de estados da cadeia de Markov,  $p_{0,1}$  e  $p_{1,0}$ , são denotadas por  $Q$  e  $q$ , respectivamente. A cada estado está associado um DMC com entrada binária e saída  $2^\xi$ -ária, no qual a probabilidade condicional de transmitir-se um símbolo  $x$  e receber-se um símbolo  $y$ , em cada estado, satisfaz a uma condição de simetria dada por:

$$P(y | 0, s) = P(2^\xi - 1 - y | 1, s)$$

de tal forma que pode-se estabelecer a probabilidade de um ruído ser gerado em cada estado da forma  $b_{s_k, z_k} = P(Z_k = z_k | S_k = s_k)$ , em que  $z_k \in \mathcal{Y}$  e é relacionado com a saída e entrada do canal via (2). A Figura 1 ilustra o caso particular em que  $\xi = 2$ . Este modelo FSMC é usado para modelar o DFC descrito na próxima subseção.

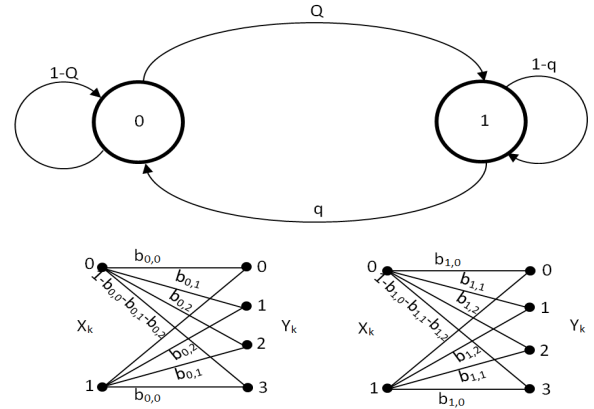


Fig. 1. FSMC não binário com 2 estados e  $\xi = 2$ .

### B. Canal Discreto com Desvanecimento

Este trabalho considera um DFC composto por um modulador BPSK, um canal com desvanecimento Rayleigh correlacionado no tempo, não seletivo em frequência e com ruído aditivo Gaussiano branco, e um demodulador cujo quantizador possui  $2^\xi$  níveis de quantização. A  $k$ -ésima amostra do sinal recebido é dada por  $R_k = \sqrt{E_s} A_k S_k + N_k$ , em que  $S_k \in \{2X_k - 1\}$ ,  $E_s$  é a energia do sinal transmitido,  $\{N_k\}$  é uma variável aleatória Gaussiana com média zero e variância  $N_0/2$ . Ademais,  $\{A_k\}$  é o processo de desvanecimento do canal com  $A_k = |G_k|$ , em que  $\{G_k\}$  é um processo Gaussiano complexo com média zero e variância unitária, sendo a função autocorrelação dada pelo modelo de Clarke [7]  $R[k] = J_0(2\pi f_D T |k|)$ , em que  $J_0(x)$  é a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero e  $f_D T$  é a máxima frequência Doppler normalizada. A variável aleatória  $A_k$  possui função densidade de probabilidade Rayleigh com segundo momento unitário,  $p_A(a) = 2ae^{-a^2}$ , para  $a > 0$ . Define-se a relação sinal-ruído média do sinal recebido por  $\text{SNR} = E_s/N_0$ . A variável aleatória amostrada  $R_k$  é quantizada com um quantizador uniforme de  $\xi$  bits com passo de quantização  $\delta$ , com  $0 \leq \delta < 1$ , que fornece a saída do canal  $Y_k \in \mathcal{Y}$ . O canal DFC é então descrito por quatro parâmetros:  $\text{SNR}$ ,  $f_D T$ ,  $\xi$ ,  $\delta$ .

### C. Capacidade do Canal

Seja o canal NBND, definido em (1), no qual o processo de ruído  $\{Z_k\}$  é estacionário e ergódico. A capacidade desse canal é dada por [8]

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} C^{(n)} \quad (3)$$

em que  $C^{(n)}$  é definido como

$$C^{(n)} \triangleq \max_{p(x^n)} \frac{1}{n} I(X^n; Y^n) \quad (4)$$

em que  $I(X^n; Y^n)$  é a informação mútua entre  $X^n$  e  $Y^n$ . É possível deduzir-se que [6]

$$C^{(n)} = 1 + \frac{1}{n} [H(W^n) - H(Z^n)] \quad (5)$$

em que  $H(Z^n)$  é a entropia de  $Z^n$  e  $H(W^n)$  é a entropia de  $W^n$ , onde  $W_k \in \mathcal{W} = \{0, 1, \dots, 2^\xi - 1\}$  e é definido da

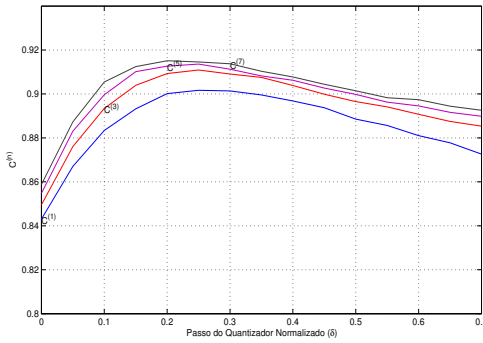


Fig. 2.  $C^{(n)}$  versus o passo do quantizador  $\delta$  para diferentes valores de  $n$ ,  $n = 1, 3, 5, 7$ .

seguinte forma  $W_k = \min\{Z_k, 2^\xi - 1 - Z_k\}$ . A capacidade  $C$  em (3) é o limite de  $C^{(n)}$  quando  $n \rightarrow \infty$ . Neste trabalho, o valor do parâmetro  $\delta$  do DFC é selecionado de modo a maximizar o valor de  $C^{(n)}$  para um valor suficientemente elevado de  $n$ . Para este cálculo, as entropias dos processos  $\{W_k\}$  e  $\{Z_k\}$  para o DFC em (5) são calculadas por simulação. A Figura 2 mostra o gráfico de  $C^{(n)}$  (bits/uso) em função de  $\delta$ , para valores selecionados de  $n$ , para um DFC com parâmetros  $E_s/N_0 = 10$  dB,  $f_D T = 0,005$  e  $\xi = 2$ . É possível verificar que não existe uma diferença importante de  $C^{(n)}$  para  $n = 5$  e  $n = 7$  e o valor de  $\delta$  que maximiza  $C^{(n)}$  para estes valores de  $n$  é aproximadamente  $\delta = 0,25$ . Esta análise será repetida para determinar  $\delta$  para cada valor de  $E_s/N_0$ ,  $f_D T$  e  $\xi$ .

### III. GRAFO DE FATORES PARA UM CÓDIGO LDPC EM CANAIS NBND-FCMC

Esta seção desenvolve um grafo de fatores para estimação conjunta do estado do canal e da palavra-código. Admitindo-se a transmissão de palavras-código binárias codificadas por um código LDPC  $(N, K)$ , cada vetor de informação binário de comprimento  $K$  é codificado em uma palavra-código  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ , com  $X_i \in \mathcal{X}$ . Esta palavra-código é transmitida em um canal discreto não binário produzindo o vetor  $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$ , com  $Y_i \in \mathcal{Y}$ .

Assumindo que a transmissão é realizada em um canal FCMC, a sequência de estados visitados pelo canal durante cada símbolo transmitido é denotada por  $\mathbf{S} = (S_1, S_2, \dots, S_N)$ , com  $S_i \in \{0, \dots, J-1\}$ . O decodificador de máxima probabilidade *a posteriori* maximiza a probabilidade de um símbolo de informação  $x_i$  dado o vetor recebido  $\mathbf{y}$ , calculada pela regra MAP (*maximum a posteriori probability*):

$$\begin{aligned} \hat{x}_i^{\text{MAP}} &= \underset{x_i \in \mathcal{X}}{\operatorname{argmax}} P(x_i | \mathbf{y}) = \underset{x_i \in \mathcal{X}}{\operatorname{argmax}} \sum_{\mathbf{x}} P(\mathbf{y} | \mathbf{x}) h(\mathbf{x}) \\ &= \underset{x_i \in \mathcal{X}}{\operatorname{argmax}} \sum_{\mathbf{s}} \sum_{\mathbf{x}} P(s_1) \prod_{i=2}^N P(s_i | s_{i-1}) P(y_i | x_i, s_i) h(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (6)$$

em que  $h(\mathbf{x})$  é a função característica de um código corretor de erro [9]. A partir de (6), é possível obter o grafo de fatores da Figura 3 e, então, aplicar o ASP neste grafo para estimar cada símbolo de entrada  $x_i$ . Este grafo representa a estrutura do

código bem como a do canal e pode ser decomposto em dois subgrafos, um dos quais envolve variáveis e funções relativas ao código, denominado *subgrafo do código*, e outro que envolve variáveis e funções relacionadas à dinâmica do canal, o *subgrafo do canal*. O grafo de fatores é um grafo biparticionado, em que as variáveis  $x_1$  a  $x_N$ , representam os  $N$  bits transmitidos, e  $h_1$  a  $h_{N-K}$  representam as  $(N-K)$  equações de paridade do código. Este algoritmo usa uma estratégia de estimação-decodificação no grafo de fatores em que as mensagens de saída do grafo do código  $V_n$  são combinadas de maneira a estimar a distribuição de probabilidade dos estados do canal para cada instante  $n$  (esta distribuição é representada nessa figura pelo vetor  $\mathbf{w}_n$ ). Esta distribuição é usada para calcular as mensagens de razão de verossimilhança (LLR)  $U_n$ 's, que são a entrada do subgrafo de código, e são usadas na decodificação da palavra código na próxima iteração. Durante o processo iterativo, estas mensagens são trocadas entre os subgrafos para refinar o processo de estimação-decodificação com o intuito de convergir para a decodificação da palavra-código correta.

As mensagens passadas no subgrafo do canal  $(\mathbf{w}_n, \alpha_n, \rho_n, \beta_n, \gamma_n)$  são vetores de dimensão  $J$  (número de estados da cadeia de Markov).

#### A. Escalonamento de passagem de mensagens

Há diversas maneiras de organizar o escalonamento (*scheduling*) de passagem de mensagens na execução do ASP. No decodificador utilizado nesta seção, escolhe-se executar uma iteração no subgrafo de código e, em seguida, uma iteração no subgrafo de canal. No subgrafo de canal, primeiramente todos os vetores  $\alpha_n$  são passados no sentido de  $n$  crescente e todas as mensagens são armazenadas nos seus respectivos nós de estado. Quando o  $n$ -ésimo estado é atingido, todos os vetores  $\beta_n$  são calculados no sentido de  $n$  decrescente, fornecendo também as mensagens  $\mathbf{w}_n$  e  $U_n$ .

### IV. DECODIFICAÇÃO PELO ASP APLICADA AO MODELO FCMC

Nesta seção são apresentadas as mensagens do ASP que são trocadas pelos nós do grafo de fatores da Figura 3 quando o canal usado na decodificação é o FCMC proposto (as mensagens trocadas no ASP para o GEC foram descritas em [5]). Se o canal que corrompe cada palavra-código é um DFC, então assume-se que este é modelado por um FCMC que é usado na decodificação. Dado um vetor recebido  $\mathbf{y}$ , as mensagens trocadas no ASP são descritas a seguir.

- **Inicialização:** Para  $n = 1$  a  $N$ , cada elemento dos vetores  $\alpha_n$  e  $\beta_n$  são :

$$\alpha_n(k) = \beta_n(k) = \pi_k, \quad k = 0, 1, \dots, J-1. \quad (7)$$

Computa-se  $\bar{y}_n = 2^\xi - 1 - y_n$ , para  $n = 1$  até  $N$ . As LLRs  $U_n$ 's são mensagens do subgrafo de canal para os

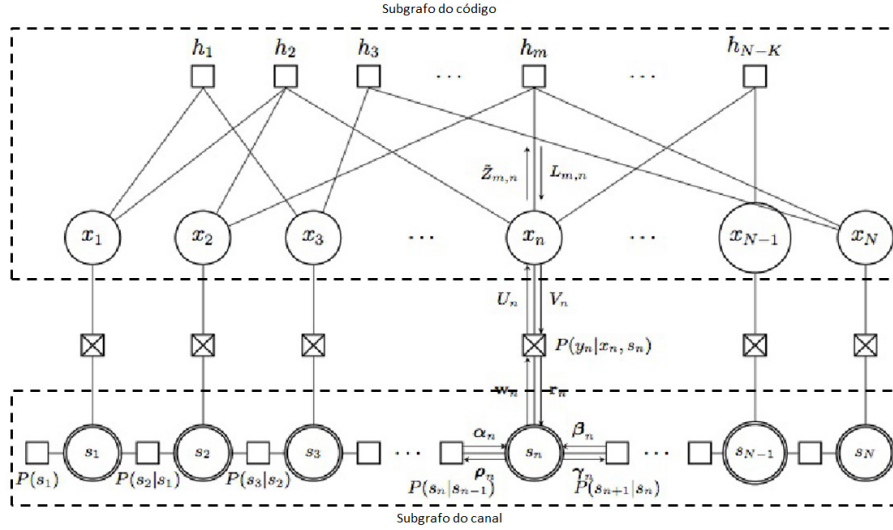


Fig. 3. Grafo de fatores para decodificar um código LDPC para transmissão em um canal FSMC.

nós de bits associados a estes. Então

$$U_n = \ln \left( \frac{\sum_{k=0}^{J-1} b_{k,y_n} \pi_k}{\sum_{k=0}^{J-1} b_{k,\bar{y}_n} \pi_k} \right). \quad (8)$$

Faça  $\tilde{Z}_{m,n} = U_n$ , para  $m \in \mathcal{N}(m)$ .

#### • Processamento Iterativo

- *Processamento no subgrafo do código*

- 1) Para  $m = 1$  até  $N - K$  e  $n \in \mathcal{N}(m)$ , as mensagens  $\{L_{m,n}\}$  passadas do nó de restrição  $m$  para o nó de bit  $n$  são calculadas de acordo com a regra “tanh”

$$L_{m,n} = 2 \arctan \left( \prod_{n' \in \mathcal{N}(m) \setminus n} \tanh \left( \frac{1}{2} \tilde{Z}_{m,n'} \right) \right).$$

- 2) Para  $n = 1$  a  $N$ , as mensagens passadas do subgrafo código para o subgrafo do canal são  $V_n = \sum_{m \in \mathcal{M}(n)} L_{m,n}$ . A representação probabilística de  $V_n$  é:

$$v_n(0) = e^{V_n} / (1 + e^{V_n}), \quad v_n(1) = 1 / (1 + e^{V_n}).$$

- *Processamento no subgrafo do canal*

As mensagens passadas neste subgrafo são vetores de dimensão  $J$ . Os elementos destes vetores são descritos abaixo.

- a) Para  $n = 1$  a  $N$ , as mensagens  $r_n(k)$  são

$$\begin{aligned} r_n(k) &= \sum_{x_n=0}^1 P(y_n | x_n, s_n = k) v_n(x_n) \\ &= b_{k,y_n} v_n(0) + b_{k,\bar{y}_n} v_n(1). \end{aligned}$$

- b) As mensagens enviadas pelo nó de estado são:

$$\begin{cases} \gamma_n(k) = \alpha_n(k) r_n(k), & \text{para } n = 1 \text{ a } N - 1 \\ \rho_n(k) = \beta_n(k) r_n(k), & \text{para } n = 2 \text{ a } N. \end{cases}$$

- c) As mensagens  $\alpha_n(k)$ , para  $n = 2$  até  $N$ , e  $\beta_n(k)$ , para  $n = 1$  a  $N - 1$ , são dadas por:

$$\alpha_n(k) = \sum_{j=0}^{J-1} p_{j,k} \gamma_{n-1}(j)$$

e

$$\beta_n(k) = \sum_{j=0}^{J-1} p_{k,j} \rho_{n+1}(j).$$

- d) Para  $n = 1$  até  $N - 1$ :  $w_n(k) = \alpha_n(k) \beta_n(k)$ .

- 3) Para  $n = 1$  até  $N$ , as mensagens  $U_n$  são dadas por

$$U_n = \ln \left( \frac{\sum_{k=0}^{J-1} b_{k,y_n} w_k}{\sum_{k=0}^{J-1} b_{k,\bar{y}_n} w_k} \right).$$

#### • Atualização dos nós de bit e decisão abrupta

- 1) Para  $n = 1$  a  $N$  e para  $m \in \mathcal{M}(n)$ :

$$Z_{m,n} = U_n + \sum_{m' \in \mathcal{M}(n) \setminus m} L_{m',n}.$$

- 2) Para  $n = 1$  até  $N$  (Decisão Abrupta):

$$\begin{cases} \hat{x}_n = 0, & \text{se } U_n + \sum_{m \in \mathcal{M}(n)} L_{m,n} > 0 \\ \hat{x}_n = 1, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (9)$$

Se  $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N)$  satisfazem todas as restrições de paridade, ou o número total de iterações é igual ao número máximo de iterações pré-determinado, então a decodificação é interrompida. Caso contrário, executa-se uma nova iteração.

## V. RESULTADOS

O algoritmo Baum-Welch é usado para estimar os parâmetros do FSMC que aproxima o DFC com parâmetros fixos (SNR,  $f_D T$ ,  $\xi$ ,  $\delta$ ). Este algoritmo estima a matriz de

transição de probabilidade  $\mathbf{P}$  e a matriz  $\mathbf{B}$  (de dimensão  $J \times 2^\xi$ ), em que  $(i, j)$ -ésimo elemento desta matriz é  $b_{i,j} = P(Z_k = j | S_k = i)$ . Para avaliar o desempenho de um código LDPC em um decodificador projetado para o canal FSMC, com entrada binária e saída  $2^\xi$ -ária, foi implementado o decodificador iterativo apresentado na Seção IV com 200 iterações. Empregou-se um código LDPC binário, regular, com parâmetros  $(N = 15000, K = 7500)$  com grau de coluna constante igual a  $d_v = 3$ . A matriz de verificação de paridade  $\mathbf{H}$  é gerada usando o algoritmo PEG (*progressive edge growth*) [10].

O canal que corrompe cada palavra-código é um DFC quantizado com  $2^\xi$  níveis. Portanto, gera-se uma sequência ruidosa  $\{Z_k\}$  de acordo com o modelo DFC e usa-se (2) para gerar a sequência recebida a partir da sequência ruidosa e da palavra-código binária transmitida (este modelo é denominado NBND-DFC). Assume-se que o receptor conhece os parâmetros do DFC e escolhe um modelo FSMC adequado que aproxime este canal e emprega este modelo na decodificação conjunta usando o algoritmo proposto na Seção IV. Em outras palavras, emprega-se um decodificador projetado para canal NBND-DFC para decodificar uma palavra-código transmitida em um canal NBND-DFC. Então, existe um descasamento entre o canal que corrompe a palavra-código e o canal usado na decodificação, diferentemente do que foi proposto em [5], em que o processo de ruído que corrompe uma palavra-código é gerado pelo mesmo FSMC usado no ASP do decodificador. Assim, o modelo aqui proposto é mais realista, já que o processo de ruído é gerado por um DFC que é aproximado por um FSMC usado na decodificação (assume-se que o receptor não conhece perfeitamente o modelo de canal, mas apenas uma aproximação FSMC deste). Este procedimento pode ser adotado para outros modelos de canais.

A Figura 4 mostra a taxa de erro de bit (BER) em função da SNR, para um canal NBND-DFC decodificado por um modelo FSMC que aproxima um DFC com parâmetros  $f_D T = 0,005$ ,  $\xi = 1, 2, 3, 4$ . Observa-se um ganho de aproximadamente 1,7 dB (para  $\text{BER}=10^{-4}$ ) quando comparam-se as curvas para  $\xi = 1$  (decisão abrupta) e  $\xi = 2$  (decisão suave). Ademais, aumentar o valor de  $\xi$  de 2 para 3 propicia um ganho de 0,3 dB e um ganho desprezível é observado se compararmos  $\xi = 3$  com  $\xi = 4$ . Percebe-se um comportamento similar quando o valor de  $f_D T$  é diminuído para 0,001, como pode ser visto na Figura 5, na qual observa-se um ganho de aproximadamente 1 dB (para  $\text{BER}=10^{-4}$ ) quando comparam-se as curvas para  $\xi = 1$  e  $\xi = 2$ . Portanto, para o sistema de comunicações considerado, um ganho de codificação importante é obtido com o emprego de decisão suave e este satura para  $\xi \geq 3$ .

## VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um modelo FSMC não binário, bem como foi proposto um esquema de decodificação iterativa, que faz uso do ASP, para a decodificação e estimação do estado do canal de forma conjunta. Ressalta-se que o modelo de canal Markoviano utilizado pelo decodificador é diverso do que foi utilizado para gerar uma sequência de ruído que corrompe as palavras-código transmitidas. O ganho de

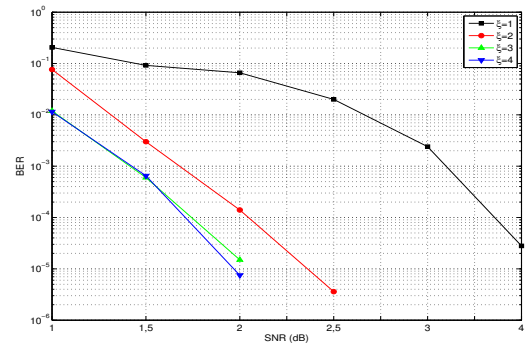


Fig. 4. BER  $\times$  SNR com  $f_D T = 5 \times 10^{-3}$  e decisão suave, código LDPC (15000, 7500).

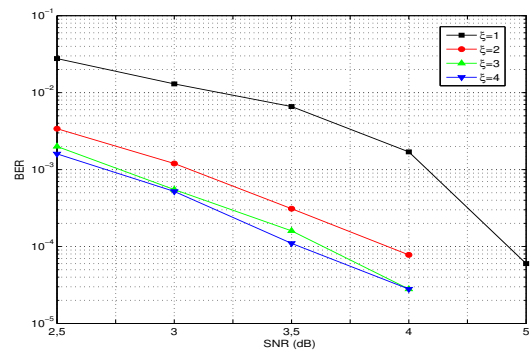


Fig. 5. BER  $\times$  SNR com  $f_D T = 10^{-3}$  e decisão suave, código LDPC (15000, 7500).

desempenho de um código LDPC com o aumento de  $\xi$  foi quantificado, constatando-se que há uma saturação para  $\xi \geq 3$ .

## REFERÊNCIAS

- [1] J. M. Park and G. U. Hwang, "Mathematical modeling of rayleigh fading channels based on finite state markov chains," *IEEE Commun. Letters*, vol. 13, no. 10, pp. 764–766, 2009.
- [2] L. S. L. Kong, L. He, K. Guan, B. Ai, Z. Zhong, and C. Briso-Rodriguez, "Finite-state Markov modeling for high-speed railway fading channels," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 14, pp. 954–957, Dec. 2015.
- [3] C. Pimentel, T. H. Falk, and L. Lisbôa, "Finite-state Markov modeling of correlated rician fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 53, no. 5, pp. 1491–1501, Sep. 2004.
- [4] J. Singh, O. Dabeer, and U. Madhow, "On the limit of communication with low-precision analog-to-digital conversion at the receiver," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, pp. 3629–3639, Dez. 2009.
- [5] J. Chen and R. M. Tanner, "A hybrid coding scheme for the Gilbert-Elliott channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 10, pp. 1787–1796, Oct. 2006.
- [6] P. Melo, C. Pimentel, and F. Alajaji, "LDPC decoding over nonbinary queue-based burst noise channels," *IEEE Trans. Veh. Technology*, vol. 65, no. 1, pp. 452–457, Jan. 2016.
- [7] R. H. Clarke, "A statistical theory of mobile-radio reception," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 47, pp. 957–1000, 1968.
- [8] S. Verdú and T. S. Han, "A general formula for channel capacity," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 40, pp. 1147–1157, Jul. 1994.
- [9] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H. A. Loeliger, "Factor graphs and the sum-product algorithm," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 498–518, 2001.
- [10] X. Y. Hu, E. Eleftheriou, and D. M. Arnold, "Regular and irregular progressive edge growth Tanner graphs," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 1, pp. 386–398, Jan. 2005.