

Códigos Polares e Puncionamento Baseado em Polarização para Sistemas 5G

Robert M. Oliveira e Rodrigo C. de Lamare

Resumo—Neste artigo apresentamos uma proposta de puncionamento de Códigos Polares para atender o cenário 5G Bitpipe. A técnica proposta apresenta um desempenho superior as demais técnicas de puncionamento por considerar a polarização de canal de forma explícita. A estratégia de puncionamento consiste em reduzir a matriz geradora de codificação relacionando seu índice de linha e coluna puncionada com a polarização do canal.

Palavras-Chave—Polarização de canal, Puncionamento, 5G, Códigos Polares.

Abstract—In this article we present a proposal for puncturing Polar Codes to meet the 5G Bitpipe scenario. The proposed technique presents a puncture superior performance to the other techniques because it considers channel polarization explicitly. The puncture strategy consists in reducing the generating matrix of coding relating its index of line and column with the index of polarization.

Keywords—Channel Polarization, Puncturing, 5G, Polar Codes.

I. INTRODUÇÃO

O aumento exponencial da transmissão de dados nas redes atuais [1] motiva o desenvolvimento de um novo padrão de sistemas de comunicações sem fio: o de 5ª geração. Novos requisitos de taxas de transmissão, eficiência energética, cobertura e latência na transmissão dos dados estão sendo discutidas para o novo padrão [2]. As novas *taxas* propostas são de 10Gbps em baixa mobilidade e 100Mbps para as demais; com raio de *cobertura* de até 50Km para cenários menos densos; com *baixo retardo*, entre 1ms a 10ms. E como novidade temos todo um novo conjunto de especificações para atender a demanda de *comunicação máquina-máquina*, quando um grande número de dispositivos poderão trocar pequenos pacotes de dados de forma persistente em uma mesma célula de cobertura.

Entre as tecnologias-chaves mais esperadas para a implementação do novo padrão 5G [3], o *massive MIMO* [4] pode melhorar significativamente o desempenho em termos de eficiência de espectro; aliado ao uso de *rádios cognitivos* [5], trará dinamismo no uso de canais ociosos e um gerenciamento mais flexível do espectro; ainda mais se somado ao aproveitamento da faixa de frequência disponível entre 30-300Ghz, chamadas *ondas milimétricas*; permitindo ainda a implementação do *COMP ou Network MIMO* [6][7], que inclui o processamento digital de sinais em nuvem para mitigar

Robert M. Oliveira e Rodrigo C. de Lamare, CETUC - Centro de Estudos em Telecomunicações, PUC-RIO - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ, Brasil, E-mails: rbtmota@gmail.com e delamare@cetuc.puc-rio.br.

os efeitos da interferência nas bordas de cobertura. Por fim, a proposta de *novas formas de onda*, em destaque o *GFDM* [8], que é um forte candidato devido sua grande flexibilidade na configuração do quadro de dados, ou seja, personalizável por aplicação.

A padronização 5G deverá atender a quatro principais cenários de aplicação. O *Bitpipe* é dedicado a aplicações com altas taxas de transmissão de dados para usuários com baixa mobilidade, com palavra-código de 1920 bits. Este é mais indicado para aplicações com múltiplos usuários, podendo decodificar a palavra-código de forma independente de outros usuários. Este cenário é objeto de estudo neste artigo. O *WRAN* que é dedicado a aplicações com altas taxas de dados para usuários com diferentes graus de mobilidade e também para ambientes rurais. O *Internet tático* consiste em transmissões com baixa latência na qual o tamanho da palavra-código é de apenas 480 bits. E o último cenário, da *comunicação M2M e IoT*, concentra-se nas transmissões realizadas entre máquinas e dispositivos de *Internet das coisas*. A Tabela 1 ilustra os requisitos mencionados para os diferentes cenários do 5G, na qual R_b é a taxa de transmissão; N é comprimento da palavra-código \mathbf{c} ; t é a latência e R é a taxa de codificação.

TABELA I
REQUISITOS-CHAVE PARA OS DIFERENTES CENÁRIOS

	Bitpipe	WRAN	Int. Tático	MCT IoT
R_b	$R_b > 10\text{Gbps}$	$R_b > 10\text{Mbps}$	-	$1\text{Kbps} < R_b < 10\text{Mbps}$
N	1920	1920	480	480
t	$t < 10\text{ms}$	$t < 100\text{ms}$	$t < 1\text{ms}$	$1\text{ms} < t < 100\text{ms}$
R	5/6	1/4	0,53	0,53

O *Bitpipe* tem como requisito a taxa de codificação $R = 5/6$ com comprimento de palavra-código $N = 1920$ bits. Para alcançar N deste cenário é necessário puncionar o Código Polar, que é originalmente projetado para comprimento de código $N = 2^n$, com $n \geq 1$.

Shin [10] propõe uma técnica de puncionamento baseada em método empírico e sub-ótimo, com uso da matriz geradora \mathbf{G}_N permutada. Define dois processos: codeword-puncturing e o information-refreezing. O método consiste em busca exaustiva da combinação de colunas puncionadas até encontrar uma matriz geradora com maior Exponent. Descreve ainda um algoritmo para encontrar as linha da matriz geradora a serem puncionadas. Zhang [9] apresenta uma técnica de busca exaustiva para encontrar bons padrões de puncionamento. Tem como critério uma relação entre o peso das colunas de \mathbf{G}_N

e evolução de densidade de polarização por aproximação gaussiana para definir os canais com bits congelados. Kim [12] propõe várias melhorias na técnica de puncionamento baseada na evolução de densidade para tornar a busca mais eficiente, porém seus resultados não serão comparados devido a diferença nos métodos de decodificação utilizados. Hof [11] propõe como estratégia de puncionamento o cortes nos grafos de codificação e decodificação, e sugere de forma empírica que os cortes correspondentes ao puncionamento de \mathbf{G}_N sejam coincidentes com a sequência de decodificação. Este artigo apresenta uma técnica de puncionamento que faz uso tanto da redução de matriz descrita em [10] e como da eficiência de busca descrita em [12]; assim como a forma de restringir o espaço de busca exaustiva descrito em [9], porém usando a polarização do canal como restrição do espaço de busca.

Este artigo está organizado de forma a termos na Seção II o modelo de sistema; na Seção III os principais conceitos dos Códigos Polares; na Seção IV uma descrição do puncionamento proposto; na Seção V as simulações obtidas e na Seção VI a conclusão deste artigo.

II. MODELO DE SISTEMA

Na Fig.1 temos o diagrama de blocos que representa o modelo de transmissão de dados que iremos adotar neste artigo.

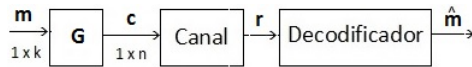


Fig. 1. Modelo de transmissão.

Neste sistema, \mathbf{m} é a *mensagem* binária a ser transmitida, $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{1 \times k}$. É através da matriz geradora \mathbf{G} que a mensagem \mathbf{m} é codificada, gerando a *mensagem codificada* \mathbf{c} , ou seja, $\mathbf{c} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{G}$ com $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^{1 \times N}$. A *mensagem codificada* \mathbf{c} é então transmitida por um canal com ruído branco aditivo e gaussiano (AWGN), produzindo como resultado a *mensagem ruidosa* \mathbf{r} , ou seja, $\mathbf{r} = \mathbf{c} + \mathbf{n}$, onde \mathbf{n} é a parcela correspondente ao ruído. Na etapa de decodificação, o algoritmo de decodificação observa \mathbf{r} com o objetivo de detectar \mathbf{m} . Chamamos $\hat{\mathbf{m}}$ de *mensagem detectada*, e se $\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{m}$ dizemos que a mensagem foi plenamente recuperada.

III. CÓDIGOS POLARES

Os *Códigos Polares*, introduzidos por E. Arikan em 2009 [13], são baseados no fenômeno conhecido como *polarização de canal*, onde um canal W é transformado em dois tipos de canais sintetizados, mas com diferentes confiabilidades: o bom ($W+$) e o ruim ($W-$). Ao aplicar continuamente a *polarização* sobre os canais sintetizados, grande parte dos canais resultantes tende a dois extremos: os canais ruidosos e os canais quase-livres de ruídos. Portanto, a estratégia é transmitir os bits de informação sobre os canais sem ruído e fixar e m zero os bits sobre os canais ruidosos, chamados bits congelados.

Seja $W : X \rightarrow Y$ um canal B-DMC (Binary Discrete Memoryless Channel) com alfabeto de entrada $X = \{0, 1\}$ e

alfabeto de saída Y arbitrário, com probabilidade de transição dada por $W(y|x)$, $x \in X$ e $y \in Y$. W^N é o canal formado por N cópias de W , representado por $W^N : X^N \rightarrow Y^N$ com probabilidade $W^N(y_1^N|x_1^N) = \prod_{i=1}^N W(y_i|x_i)$.

Na notação utilizada, \mathbf{a}_i^j é um vetor (a_i, \dots, a_j) , $\mathbf{a}_{i,o}^j$ é um subvetor com índices ímpares e $\mathbf{a}_{i,e}^j$ é um subvetor com índices pares. O símbolo \oplus representa a operação soma mod-2. Já o símbolo \otimes representa o produto $m \times n$ de Kronecker, definido como:

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} A_{11}B & \cdots & A_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1}B & \cdots & A_{mn}B \end{bmatrix} \quad (1)$$

A. Polarização de canal

No processo de polarização de canal, N canais são sintetizados com N cópias do canal W , através de duas etapas: a primeira etapa consiste de uma combinação de canais e a segunda etapa consiste na divisão destes canais. Chamamos de polarização o fato da capacidade do canal $I(W)$ convergir para 0 ou 1 quando N tende ao infinito.

Na primeira etapa, N cópias do canal W são combinadas de maneira recursiva para produzir o vetor de canal $W_N : X^N \rightarrow Y^N$. Este procedimento recursivo é inicializado com $W_1 = W$, uma cópia de W . Na próxima recursão são combinados dois canais W_1 , como mostrado na Fig.2, e construído o canal $W_2 : X^2 \rightarrow Y^2$ com a probabilidade de transição dada por:

$$W_2(y_1^2|u_1^2) = W(y_1|u_1 \oplus u_2)W(y_2|u_2) \quad (2)$$

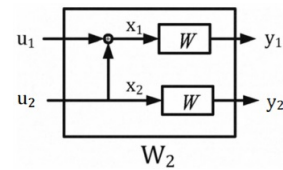


Fig. 2. Canal W_2

Procedendo sucessivamente de maneira recursiva, obtemos canais de maior ordem. De forma geral, o canal $W_N : X^N \rightarrow Y^N$ é construído através da combinação de duas cópias independentes do canal $W_{N/2}$.

Na etapa de *divisão*, os canais sintetizados são reagrupados pelo grau de polarização. Para o canal W_N , a probabilidade de transição é definida como:

$$W_{2N}^{2i}(y_1^{2N}, u_1^{2i-1}|u_{2i}) = \frac{1}{2} W_N^{(i)}(y_1^N, u_{1,o}^{2i-2} \oplus u_{1,e}^{2i-2}|u_{2i-1} \oplus u_{2i}) \cdot W_N^{(i)}(y_{N+1}^{2N}, u_{1,e}^{2i-2}|u_{2i}) \quad (3)$$

e

$$W_{2N}^{2i-1}(y_1^{2N}, u_1^{2i-2} | u_{2i-1}) = \sum_{u_{2i}} \frac{1}{2} W_n^{(i)}(y_1^N, u_{1,o}^{2i-2} \oplus u_{1,e}^{2i-2} | u_{2i-1} \oplus u_{2i}) \cdot W_N^{(i)}(y_{N+1}^{2N}, u_{1,e}^{2i-2} | u_{2i}) \quad (4)$$

B. Algoritmo de codificação

Os *Códigos Polares* possuem codificadores baseados em simples mapeamentos lineares [14]. Para uma palavra código de tamanho N a matriz \mathbf{F}_N é definida como $\mathbf{F}_N = \mathbf{F}^{\otimes n}$, com $N = 2^n$, $n \geq 1$ e $\mathbf{F}^{\otimes n}$ para o n -ésimo produto de Kronecker para a matriz $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Dado o vetor de entrada $\mathbf{m} = \mathbf{u}_1^N$ e o vetor de saída $\mathbf{c} = \mathbf{x}_1^N$, o mapeamento $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{x}$ é dado por $\mathbf{x}_1^N = \mathbf{u}_1^N \cdot \mathbf{G}_N$, em que $\mathbf{G}_N = \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}^{\otimes n}$ é a matriz geradora, onde \mathbf{B} uma matriz de permutação que guarda a sequência de combinação da construção do canal e $\mathbf{F}^{\otimes n} = \mathbf{F} \otimes \mathbf{F}^{\otimes(n-1)}$, como pode ser exemplificado na construção de uma matriz $\mathbf{F}^{\otimes 3}$:

$$\mathbf{F}^{\otimes 3} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{\otimes 2} & 0 \\ \mathbf{F}^{\otimes 2} & \mathbf{F}^{\otimes 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & 0 & 0 \\ \mathbf{F} & 0 & \mathbf{F} & 0 \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Para o modelo de sistema, podemos escrever: vetor de entrada \mathbf{m} , vetor de saída \mathbf{c} , e o mapeamento $\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{c}$ é dado por

$$\mathbf{c} = \mathbf{m} \otimes \mathbf{G}_N, \quad (5)$$

em que $\mathbf{G}_N = \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}^{\otimes n}$ e $\mathbf{F}^{\otimes n} = \mathbf{F} \otimes \mathbf{F}^{\otimes(n-1)}$, $\mathbf{m} = [\mathbf{l} \ \mathbf{f}]$, em que \mathbf{l} representa os k bits de informação e \mathbf{f} são os $n - k$ bits congelados. Na Eq.6 temos um exemplo da operação \otimes para um caso com uma mensagem de 2 bits:

$$\mathbf{c} = \mathbf{m} \otimes \mathbf{G}_N = [m_1, m_2] \otimes \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = [(m_1 \cdot G_{11}) \oplus (m_2 \cdot G_{21}), (m_1 \cdot G_{12}) \oplus (m_2 \cdot G_{22})] \quad (6)$$

em que ‘ \cdot ’ é a operação lógica AND e ‘ \oplus ’ é a operação lógica XOR.

C. Algoritmo de Decodificação

Na decodificação é utilizada a técnica por cancelamento sucessivo [15], em que os valores $\mathbf{m} = \mathbf{u}_i^N$ são estimados da forma:

$$\hat{u} = \begin{cases} u_i & \text{se } i \in A^c \\ 0 & \text{se } i \notin A^c \\ 1 & \text{se } i \notin A^c \end{cases} \text{ e } \begin{cases} L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) \geq 1 \\ L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) < 1 \end{cases} \quad (7)$$

em que A^c é o conjunto dos bits congelados e

$$L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) = \frac{W_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | 0)}{W_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | 1)} \quad (8)$$

é o valor estimado para cada índice, calculada de forma recursiva na forma:

$$L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) = \begin{cases} f(a, b) & \text{para } i \text{ ímpar (o)} \\ g(a, b, \hat{u}_{i-1}) & \text{para } i \text{ par (e)} \end{cases} \quad (9)$$

em que

$$f(a, b) = \frac{a \cdot b + 1}{a + b} \quad \text{e} \quad g(a, b, s) = a^{1-2s} \cdot b \quad (10)$$

e

$$a = L_{N/2}^{i/2}(\mathbf{y}_1^{N/2}, \hat{u}_{1,o}^{i-1} \oplus \hat{u}_{1,e}^{i-1}) \quad \text{e} \quad b = L_{N/2}^{i/2}(\mathbf{y}_1^{N/2}, \hat{u}_{1,e}^{i-1}) \quad (11)$$

onde $f(a, b)$ é aplicado nos índices ímpares, $g(a, b, \hat{u}_{i-1})$ é aplicado nos índices pares, a e b são resultados parciais, ou seja, as estimativas das etapas anteriores também de acordo como os índices pares e ímpares. Na Fig.3 temos o grafo do algoritmo de decodificação, $L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1})$, para $N = 8$, com destaque para os nós pares e ímpares onde as Eq.10 e Eq.11 são aplicadas.

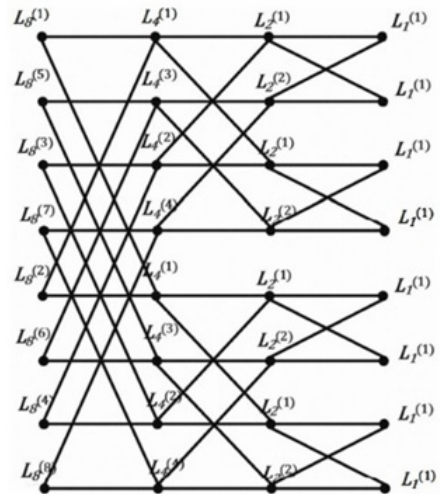


Fig. 3. Grafo do algoritmo de decodificação

Por exemplo, observe que o nó $L_2^{(1)}$ é calculado com a função $f(a, b)$, sendo que $a = L_1^{(1)}$ e $b = L_1^{(2)}$. Para o nó $L_2^{(2)}$ é aplicada a função $g(a, b, \hat{u}_{i-1})$, sendo que \hat{u}_{i-1} é o resultando anterior, ou seja, $L_2^{(1)}$.

IV. PUNCIAMENTO DE CÓDIGOS POLARES

A. Notação

Seja \mathbf{G}_N uma matriz geradora de *polarização* de dimensão $N \times N$, não singular, com índice de linhas $i = 1, \dots, N$ e índice de colunas $j = 1, \dots, N$, com regra de formação $\mathbf{G}_N = \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}^{\otimes n}$, $N = 2^n$, $n \geq 1$ e $\mathbf{F}^{\otimes n}$, e o n -ésimo produto de Kronecker. Podemos definir:

- $\mathbf{G}_N = [\mathbf{r}_1^T, \dots, \mathbf{r}_N^T]^T = [\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_N]$, matriz representada pelos vetores \mathbf{r}_i , ou ainda pelos vetores \mathbf{c}_j ;
- $D_i = d_H[\mathbf{r}_i, \langle \mathbf{r}_{i-1}, \dots, \mathbf{r}_N \rangle]$, a distância parcial de \mathbf{G}_N , que corresponde à mínima distância de Hamming entre o vetor \mathbf{r}_i e o conjunto dos demais vetores $\langle \mathbf{r}_{i-1}, \dots, \mathbf{r}_N \rangle$, e $D_N = d_H(\mathbf{r}_N, 0)$;
- $E(G_N) = \frac{1}{N} \sum_i \log_2 D_i$, é o Exponent de \mathbf{G}_N ;
- $w_j = P(\mathbf{c}_j)$, é o peso do vetor \mathbf{c}_j , definido como a soma dos 1s, é a cardinalidade das colunas da matriz geradora;
- $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_N]$, é o vetor de polarização, em que cada elemento p_i está associado ao vetor \mathbf{r}_i^T ;
- $\mathbf{M} = [m(p_1), \dots, m(p_N)]$, é o índice de polarização, vetor posto do vetor de polarização, em que $m(p_i)$ é o operador posto;
- $\mathbf{B} = [b_1, \dots, b_N]^T$ é a ordem dos vetores \mathbf{r}_i^T utilizados na decodificação;

B. Puncionamento Proposto

O puncionamento de uma matriz \mathbf{G}_N consiste em reduzir sua ordem, ou seja, obter N' tal que $N' < N$, sendo necessário um critério para eliminar da matriz geradora as linhas e colunas simultaneamente, onde os índices eliminados de linha e coluna são iguais, ou seja, $i = j$.

Para um puncionamento q , a nova ordem da matriz é dada por $N' = N - q$. Podemos inferir que existe um conjunto de matrizes resultantes do puncionamento, $\{\mathbf{G}_{N'}^r\}$, todas de dimensão $N' \times N'$, que é formado pelas matrizes resultantes das C_{N-q}^N combinações possíveis de puncionamento, sendo $\mathbf{G}_{N'}^*$ a matriz puncionada de menor taxa de erro por bits (TEB).

De forma analoga, temos que $\mathbf{G}_{N'}^* \in \{\mathbf{G}_{N'}^r\}$ e $r = 1, \dots, H$ onde $x = C_{(N-q)}^N$ é o total de matrizes. Para obter o conjunto de matrizes puncionadas pelo método proposto faz-se

$$\mathbf{G}_{N'}^r \leftarrow \mathbf{G}_N - [\mathbf{M}'_1]^H \quad (12)$$

em que $[\mathbf{M}'_1]^H$ é o subconjunto dos possíveis H valores de \mathbf{M} usadas como critério de puncionamento. A melhor matriz puncionada é obtida por

$$\mathbf{G}_{N'}^* = \arg \min_{\{\mathbf{G}_{N'}^r\}} \text{TEB} \quad (13)$$

No Algoritmo 1 temos a descrição do método proposto neste artigo, onde o puncionamento é baseado na redução da matriz geradora, utilizando como critério o índice de polarização \mathbf{M} .

Algorithm 1 Método de Puncionamento

- 1: Dado o puncionamento q
 - 2: Dado \mathbf{G}_N
 - 3: Dado \mathbf{M}
 - 4: Indexar cada linha e coluna por $\{1, 2, \dots, N\}$
 - 5: **for** $i = 1:q$ **do**
 - 6: Achar menor valor de \mathbf{M} e salvar sua posição em X
 - 7: Substituir posição X em \mathbf{M} com valor $N+1$
 - 8: Eliminar linha e coluna com índice igual a X
 - 9: **end for**
-

Após exaustivos testes com as diversas possibilidades de combinações de puncionamento gerado pelo algoritmo proposto, constatamos que o melhor desempenho tende a ser obtido com o uso do índices crescentes de polarização. Ao compararmos os índices de polarização do canal puncionado com a cardinalidade das colunas correspondentes da matriz geradora, observamos que existe uma correspondência entre os índices de polarização dos canais puncionados com as colunas de menor cardinalidade da matriz geradora.

C. Exemplo

Como exemplo, para puncionamento de \mathbf{G}_8 para \mathbf{G}_6 , pelo índice da polarização, considerando $\mathbf{M} = [8, 5, 7, 6, 3, 4, 2, 1]$ as linhas de \mathbf{G}_8 a serem eliminadas são as 7 e 8, e respectivamente as colunas 7 e 8, como pode ser visto abaixo:

$$\mathbf{G}_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & | & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & | & - & - \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & | & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & | & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{G}_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

V. SIMULAÇÃO

Nesta seção apresentamos os resultados da simulação dos Códigos Polares, sem e com puncionamento. Medimos a TEB contra a razão sinal-ruído, definida como a razão entre a energia do bit, E_b , e a densidade espectral de potência, N_0 , em dB. Reduzimos a matriz \mathbf{G}_{2048} para a matriz \mathbf{G}_{1920} usando a técnica proposta neste artigo, e para efeito comparativo, temos as curvas simuladas usando o método descrito por Zhang [9] e por Hof [11]. Incluímos também a matriz \mathbf{G}_{2048} com taxa $1/2$ e com puncionamento aleatório. Em todos os casos simulados, a \mathbf{G}_{1920} , já puncionada, está com taxa $R = 5/6$ (1600/1920). Vale observar que as curvas do puncionamento intencional produzem um desempenho superior ao do puncionamento aleatório.

VI. CONCLUSÃO

Para o cenário $5G$ Bitpipe, $N = 1920$ bits e taxa de $5/6$, a técnica proposta de puncionamento demonstrou possuir um melhor desempenho comparado as demais técnicas. Para um valores de TEB inferior a 10^{-4} tem-se um ganho de até 0,5dB na razão sinal-ruído. Podemos inferir que ocorre porque a técnica proposta utiliza de forma explicita a estrutura de polarização de canal, o que não ocorre com as outras técnicas de puncionamento. Podemos constatar também que as técnicas de puncionamento baseadas em [9] e [11] possuem um desempenho equivalente.

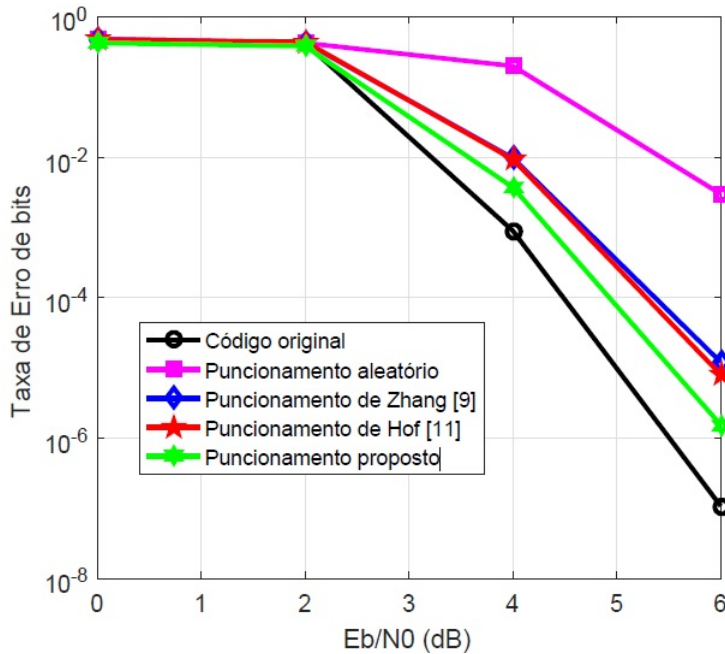


Fig. 4. Comparação de Códigos Polares sem e com punção.

REFERÊNCIAS

- [1] J. G. Andrews et al., *What Will 5G Be?*, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 32, no. 6, pp. 1065-1082, June 2014.
- [2] S. Chen and J. Zhao, *The Requirements, Challenges, and Technologies for 5G of Terrestrial Mobile Telecommunication*, vol. 52, no. 5, pp. 36-43, May 2014.
- [3] A. Osseiran et al., *Scenarios for 5G Mobile and Wireless Communications: The Vision of the METIS Project*, IEEE Communications Magazine, vol. 52, no. 5, pp. 26-35, May 2014.
- [4] R. C. de Lamare, *Massive MIMO Systems: Signal Processing Challenges and Future Trends*, URSI Radio Science Bulletin, 2013.
- [5] C. A. S. Franco et al., *A Cognitive and Cooperative SON Framework for 5G Mobile Radio Access Networks*, IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps), 2016.
- [6] P. Marsch and G. Fettweis, *Uplink CoMP under a constrained backhaul and imperfect channel knowledge*, IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 10, no. 6, pp. 1730-1742, June 2011.
- [7] P. Li and R. C. de Lamare, *Distributed Iterative Detection with Reduced Message Passing for Networked MIMO Cellular Systems*, IEEE Transaction on Vehicular Technology, IEEE Communications Magazine, vol. 63, no. 6, pp. 2947-2954, July 2014.
- [8] N. Michailow et al., *Generalized Frequency Division Multiplexing for 5th Generation Cellular Networks*, IEEE Trans. Commun., vol. 62, no. 9, pp. 3045-3061, Sept. 2014.
- [9] L. Zhang et al., *On the Puncturing Patterns for Punctured Polar Codes*, IEEE International Symposium on Information Theory, 2014.
- [10] D. Shin et al., *Design of Length-Compatible Polar Codes Based on the Reduction of Polarizing Matrices*, IEEE Trans. Commun., vol. 61, no. 7, pp. 2593-2599, July 2013.
- [11] E. Hof, *Sliced Polar Codes*, IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems (APCCAS), 2016.
- [12] J. Kim et al., *An Efficient Search on Puncturing Patterns for Short Polar Codes*, International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC), 2015.
- [13] E. Arıkan, *Channel Polarization: A Method for Constructing Capacity-Achieving Codes for Symmetric Binary-Input Memoryless Channels*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 55 no. 7, pp. 3051-3073, July 2009.
- [14] I. Tal and A. Vardy, *How to Construct Polar Codes*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 59, no. 10, pp. 6562-6582, Oct. 2013.
- [15] K. Niu et al., *Polar Codes: Primary Concepts and Practical Decoding Algorithms*, IEEE Communications Magazine, vol. 52, no. 7, pp. 192-203, July 2014.