

Decodificação de Viterbi para Codificação *Wavelet* de Canal

João Fonseca Neto¹, Leocarlos B. da S. Lima² e Francisco M. de Assis³

Resumo—A codificação *wavelet* de canal objetiva reduzir efeitos deletérios de canal de comunicação sem fio sobre um sinal transmitido e emprega comumente uma decodificação símbolo a símbolo. Este trabalho investiga o emprego de decodificador de Viterbi para códigos *wavelet* e compara, em termos da taxa de erro de bits, o desempenho do sistema operando sobre canal com desvanecimento Rayleigh, quando aplicada a decodificação de Viterbi, em relação à decodificação tradicional. Os resultados de simulação demonstraram que a decodificação de sequência proporciona desempenho superior à decodificação símbolo a símbolo.

Palavras-Chave—Codificação de canal *wavelet*, decodificação de canal *wavelet*, decodificação de Viterbi, canal com desvanecimento Rayleigh.

Abstract—Wavelet channel coding aims to reduce deleterious effects of wireless communication channel on a transmitted signal and ordinarily employs a symbol-by-symbol decoding. This work examines the employment of Viterbi decoding for wavelet channel codes and compares the system performance (in terms of bit error rate) on a Rayleigh fading channel when Viterbi decoding is applied compared to traditional decoding. Simulation results demonstrate that sequence decoding provides better performance than symbol-by-symbol decoding.

Keywords—Wavelet channel coding, wavelet channel decoding, Viterbi decoding, Rayleigh fading channel.

I. INTRODUÇÃO

A codificação de canal por intermédio de matrizes *wavelet* (CMW) foi proposta originalmente por Tzannes e Tzannes em [7] para o tratamento dos efeitos do desvanecimento em canais de comunicação sem fio. A técnica é fundamentada em propriedades de ortogonalidade entre as linhas de uma matriz de coeficientes *wavelet* e as vantagens apresentadas para a utilização dessa técnica decorrem especialmente da combinação dessa ortogonalidade com o espalhamento da informação contida nos símbolos (*bits*) de entrada sobre vários símbolos codificados [1].

Um codificador CMW mapeia símbolos de entrada em um conjunto finito de símbolos *wavelet* denominado *alfabeto do código*. A cardinalidade do alfabeto do código aumenta fortemente com as dimensões da matriz *wavelet* e os símbolos desse alfabeto são não equiprováveis se os símbolos de entrada forem equiprováveis. Todavia, mostra-se que a *taxa de entropia* da sequência codificada resultante de uma fonte binária independente e identicamente distribuída (i.i.d.) é de 1 bit por símbolo, quando a taxa de código é unitária [6].

¹Doutorando pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE da UFCG e professor do Instituto Federal de Sergipe – IFS.
^{2,3}Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Paraíba, Brasil. E-mails: joao.fonseca@ee.ufcg.edu.br, leocarlos@dee.ufcg.edu.br e fmarcos@dee.ufcg.edu.br

Têm-se encontrado na literatura somente trabalhos empregando decodificação símbolo a símbolo de códigos *wavelet* [2]–[5], que consiste de banco de correladores e apresenta baixa complexidade. Neste trabalho, propõe-se analisar o desempenho desses sistemas quando aplicada decodificação de Viterbi, que tem como limitante para seu uso uma alta complexidade. Para tanto, obteve-se uma treliça equivalente a um sistema CMW_{*m*×*mg*}, cuja matriz de codificação possui posto *m* = 2 e gênero *g* = 4. Objetiva-se verificar se pode-se obter desempenhos melhores empregando decodificação de sequência que justifiquem o emprego de decodificadores mais complexos.

Outrossim, a taxa de codificação da CMW pode ser alterada por simples mudança na superposição de linhas da tabela de codificação, o que favorece o emprego desta técnica em sistemas adaptativos às condições do canal.

A Seção II deste artigo apresenta a matriz *wavelet* e suas propriedades. Na Seção III, apresenta-se a técnica CMW. Na Seção IV, apresenta-se uma treliça equivalente ao código CMW com posto *m* = 2, gênero *g* = 4, taxa de codificação unitária e codificação de linha $\{0, 1\} \rightarrow \{-1, +1\}$. Na Seção V, são apresentados e analisados os resultados obtidos por simulação. Por fim, a Seção VI apresenta as conclusões do trabalho.

II. MATRIZES WAVELET

Considere uma matriz $\mathbf{A} = [a_k^s]$, com *m* ≥ 2 linhas e *mg* colunas, tal que:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_0^0 & a_1^0 & \cdots & a_{mg-1}^0 \\ a_0^1 & a_1^1 & \cdots & a_{mg-1}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_0^{m-1} & a_1^{m-1} & \cdots & a_{mg-1}^{m-1} \end{bmatrix},$$

sendo $a_k^s \in \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} . \mathbf{A} é dita *matriz wavelet* ou *matriz de coeficientes wavelet*, de posto *m* e gênero *g*, se atender às condições linear [1]

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_k^s = m\delta_{s,0}, \quad 0 \leq s \leq m-1, \quad (1)$$

e quadrática

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_{[k+mr]'}^{s'} \bar{a}_{[k+mr]}^s = m\delta_{s',s}\delta_{r',r}, \quad 0 \leq s', s \leq m-1 \quad \text{e} \quad 0 \leq r', r \leq g-1, \quad (2)$$

em que $[k+mr]$ denota a operação $k+mr \bmod mg$, \bar{a} é o conjugado complexo de *a* e $\delta_{x,y}$ representa o delta de Kronecker. A Equação 1 garante que a soma dos elementos

da primeira linha da matriz *wavelet* é igual ao seu posto m , e que a soma dos elementos das outras linhas é igual a zero. A Equação 2 estabelece que os vetores representados pelas linhas da matriz *wavelet*, de posto m , são ortogonais entre si, mesmo se sofrerem deslocamento por um valor múltiplo arbitrário do parâmetro m . A Equação 2 indica ainda que cada linha dessa matriz é ortogonal também a si mesma deslocada por um valor múltiplo do posto m .

Uma matriz *wavelet* é dita *matriz wavelet plana* quando todos os seus elementos têm o mesmo valor absoluto. Se os elementos dessa matriz pertencem aos números reais, diz-se que é uma *matriz wavelet real plana*. Se os elementos pertencem ao corpo dos número complexos, diz-se que é uma *matriz wavelet complexa plana* [1].

As matrizes *wavelet* reais planas com elementos normalizados satisfazem as condições de escalonamento *wavelet* modificadas [1], [7]

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_k^s = m\sqrt{g}\delta_{s,0}, \quad (3)$$

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_{[k+mr']}^{s'} a_{[k+mr]}^s = mg\delta_{s',s}\delta_{r',r}.$$

III. CODIFICAÇÃO WAVELET DE CANAL

O processo CMW é realizado através de banco de registradores de deslocamento que atuam sobre uma sequência de símbolos de entrada. Cada registrador pondera os respectivos símbolos com uma matriz de coeficientes *wavelet*. A informação contida em cada símbolo de entrada é espalhada sobre vários símbolos codificados, à semelhança do que fazem códigos convolucionais [1]. A codificação baseia-se na ortogonalidade entre as linhas da matriz de codificação, que se mantém mesmo quando há superposição e adição entre elas, o que possibilita a recuperação da informação utilizando-se de banco de correlatores formados a partir das linhas da matriz, sendo essa simplicidade computacional na decodificação da informação recebida uma das principais vantagens do uso de matrizes *wavelet* na codificação de canal [7].

O número máximo de símbolos *wavelet* que transportam ponderadamente parte da informação de um símbolo de entrada é definido pelo número de colunas da matriz *wavelet* e é denominado *comprimento de restrição* do codificador *wavelet* [1], o qual não causa grande impacto, em termos de complexidade computacional, quando da decodificação do sinal transmitido. No entanto, seu aumento tem impacto direto na cardinalidade da constelação de sinais de transmissão [8].

A Figura 1 apresenta um diagrama em blocos de um sistema de comunicação com codificação *wavelet*.

Os *bits* de informação passam pelo processo de codificação de linha gerando os símbolos x de entrada. Estes são codificados pela CMW formando os símbolos *wavelet*, y , que são modulados e transmitidos através do canal de comunicação ruidoso e com desvanecimento. Na recepção, os símbolos *wavelet* são estimados, \hat{y} , e decodificados em símbolos do codificador de linha, \hat{x} . Finalmente, os *bits* de informação estimados chegam ao destino.

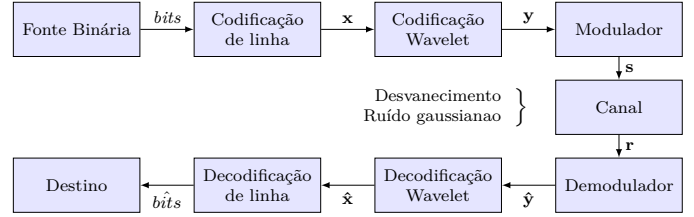


Fig. 1. Diagrama em blocos de um sistema de comunicação com codificação *wavelet*.

A operação de codificação pode ser representada matricialmente na forma

$$y = xA,$$

em que x é uma sequência de símbolos de entrada e y a sequência de símbolos *wavelet* resultante. O n -ésimo símbolo *wavelet* é obtido pela combinação dos mg últimos símbolos de entrada ponderados por coeficientes da matriz A , ou seja,

$$y_n = \sum_{i=n-mg+1}^n x_i a_{ki}, \quad (4)$$

em que a_{ki} representa um elemento de A .

Considere uma sequência de símbolos i.i.d. equiprováveis $\{x_n\}$ e uma matriz de codificação *wavelet* $A_{m \times mg}$, de posto m e gênero g . A CMW dá-se pelo produto de blocos de m símbolos de entrada por A num processo sequencial cumulativo. A cada m símbolos de entrada novos, a multiplicação é deslocada para frente (à direita), com o salto dependendo da taxa de codificação R [7]. Um exemplo do processo de codificação é ilustrado na Tabela I e na Figura 2 para matriz de posto $m = 2$, gênero $g = 4$ e taxa de codificação $R = 1$.

TABELA I

CODIFICAÇÃO DE CANAL WAVELET PARA MATRIZ DE POSTO $m = 2$, GÊNERO $g = 4$ E TAXA DE CODIFICAÇÃO $R = 1$. UM PAR DE SÍMBOLOS WAVELET (y_n, y_{n-1}) É GERADO A PARTIR DO PAR DE SÍMBOLOS DE ENTRADA (x_n, x_{n-1}) .

0	1	2	3	4	5	6	7	...
$x_0 a_0^0$	$x_0 a_1^0$	$x_0 a_2^0$	$x_0 a_3^0$	$x_0 a_4^0$	$x_0 a_5^0$	$x_0 a_6^0$	$x_0 a_7^0$	
$x_1 a_0^1$	$x_1 a_1^1$	$x_1 a_2^1$	$x_1 a_3^1$	$x_1 a_4^1$	$x_1 a_5^1$	$x_1 a_6^1$	$x_1 a_7^1$	
		$x_2 a_0^2$	$x_2 a_1^2$	$x_2 a_2^2$	$x_2 a_3^2$	$x_2 a_4^2$	$x_2 a_5^2$...
		$x_3 a_0^3$	$x_3 a_1^3$	$x_3 a_2^3$	$x_3 a_3^3$	$x_3 a_4^3$	$x_3 a_5^3$...
				$x_4 a_0^4$	$x_4 a_1^4$	$x_4 a_2^4$	$x_4 a_3^4$...
				$x_5 a_0^5$	$x_5 a_1^5$	$x_5 a_2^5$	$x_5 a_3^5$...
						$x_6 a_0^6$	$x_6 a_1^6$...
						$x_7 a_0^7$	$x_7 a_1^7$...
y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	...

Na linha superior da Tabela I estão representados os instantes de sinalização. Na linha inferior estão representados os valores dos símbolos *wavelet* gerados. O primeiro símbolo de entrada, x_0 , multiplica cada elemento da primeira linha de $A_{m \times mg}$. O segundo símbolo de entrada, x_1 , multiplica cada elemento da segunda linha da matriz, e assim sucessivamente, até o m -ésimo símbolo de entrada multiplicar a m -ésima linha da matriz de codificação. A cada m símbolos de entrada novos, uma nova multiplicação é deslocada para a direita em km posições, gerando km símbolos *wavelet* na saída, com $1 \leq k \leq g$, a depender da taxa de codificação desejada [7]. Os símbolos

wavelet são formados pela soma dos elementos de cada coluna da tabela de codificação.

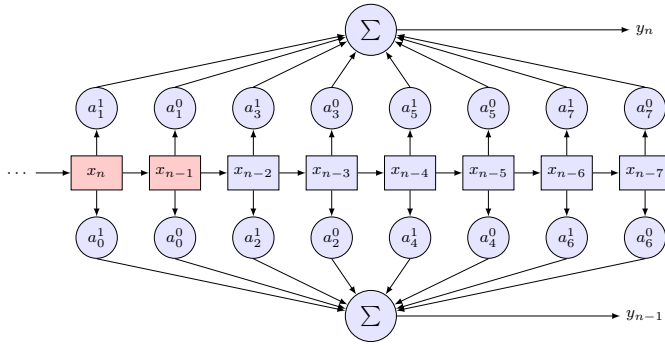


Fig. 2. Codificador CMW para posto $m = 2$, gênero $g = 4$ e taxa de codificação $R = 1$.

O codificador CMW ilustrado na Figura 2 recebe dois símbolos na entrada x_{n-1} e x_n e possui seis registradores com informação sobre o estado do sistema, x_{n-7} a x_{n-2} . As unidades Σ representam somadores decimais e as unidades $a_{j,i}^i$ representam coeficientes multiplicadores da matriz de codificação.

O processo de codificação *wavelet* permite modificar a taxa de codificação proporcionalmente à superposição entre as linhas da tabela de codificação, conforme exemplificado na Tabela I. Quando o deslocamento entre as linhas é mínimo, igual ao seu posto m , obtém-se taxa de codificação unitária. Pode-se conseguir taxas de codificação menores do que a unitária, até o limite de $1/g$, reduzindo a extensão da superposição entre as linhas da tabela de codificação [1]. Com a diminuição da taxa de codificação, aumenta-se a robustez do sistema aos efeitos do desvanecimento do canal ao custo de diminuir sua eficiência espectral. Por exemplo, se $m = 2$ e $g = 4$, pode-se obter taxas de codificação $R = 1, 1/2, 1/3$ ou $1/4$, para deslocamentos de 2, 4, 6 ou 8 posições, respectivamente. No caso extremo, para $R = 1/g$, não ocorre mais superposição das linhas na tabela de codificação e os símbolos *wavelet* gerados em sequência deixam de se relacionar pelo processo de codificação.

Para um código de taxa $R = 1$ e uma codificação de linha $\{0, 1\} \rightarrow \{-1, +1\}$, um símbolo y_n pode assumir qualquer valor pertencente ao conjunto $\{-mg, -mg + 2, \dots, -2, 0, 2, \dots, mg - 2, mg\}$. Quando os símbolos de entrada são equiprováveis, esses símbolos *wavelet* apresentam distribuição de probabilidade dada por [1]

$$P(y_n = 2k - mg) = \binom{mg}{k} \frac{1}{2^{mg}}, \quad 0 \leq k \leq mg. \quad (5)$$

Na decodificação tradicional, os símbolos x são estimados pela correlação dos últimos mg símbolos *wavelet* \hat{y} com as m linhas da matriz de codificação. Cada novos m símbolos *wavelet* recebidos produzem m símbolos \hat{x} na saída do decodificador. A Figura 3 apresenta um diagrama em blocos do decodificador CMW por correlação para matriz de posto $m = 2$, gênero $g = 4$ e taxa de codificação $R = 1$. Uma descrição detalhada sobre a decodificação serial CMW pode ser encontrada em [8], [9].

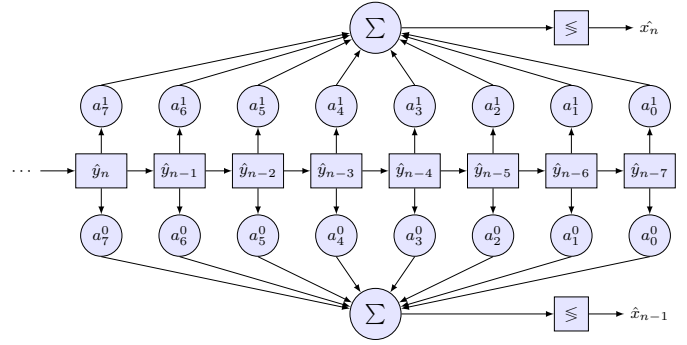


Fig. 3. Decodificador CMW por correlação para posto $m = 2$, gênero $g = 4$ e taxa de codificação $R = 1$.

IV. DECODIFICAÇÃO DE VITERBI

A codificação *wavelet* de canal consiste num processo sequencial invariante no tempo, implementado por uma máquina de estado, que pode ser descrita por uma treliça. A treliça para um código CMW pode ser obtida por implementação computacional e simulação da máquina de estados do codificador. A título de exemplo, a Figura 4 apresenta a treliça correspondente à CMW para matriz de posto $m = 2$, gênero $g = 4$, taxa de codificação $R = 1$ e codificação de linha $\{0, 1\} \rightarrow \{-1, +1\}$.

Estando um processo de codificação representado por uma treliça, o algoritmo de Viterbi, realiza uma decodificação por máxima verossimilhança pela estimação do caminho mais próximo à sequência de símbolos transmitida.

O desempenho de um sistema de decodificação em treliça está associado à probabilidade de decodificação errada de uma sequência recebida (erro de sequência do código). Considera-se que um erro de decodificação ocorre quando o decodificador segue um caminho, na treliça, divergente do caminho correspondente à sequência transmitida.

Quando todas as possíveis sequências de mensagem u_m da fonte são equiprováveis e independentes, o algoritmo de Viterbi procura encontrar a sequência mais verossimilhante à transmitida pela maximização da função [12]

$$M(r, u_m) = p(r|u_m) = \prod_i p(r_i|u_{mi}) \quad (6)$$

sobre todos os percursos de código através da treliça, sendo r_i a subsequência recebida no i -ésimo ramo e u_{mi} a porção correspondente ao m -ésimo percurso.

A treliça da Figura 4 possui 64 (2^6) estados nominados de 0 a 63. De cada nó derivam quatro ramos ou transições de estados, correspondentes às variações da entrada de dois *bits*. Os ramos de cor vermelha correspondem à entrada binária 00, os ramos de cor verde resultam da entrada 01, os ramos de cor azul resultam da entrada 10 e os ramos de cor ciano resultam da entrada 11.

O processo de codificação principia e termina com o codificador no estado 0. Do estado 0, ocorrem transições para os estados 0, 16, 32 e 48, a depender da entrada do codificador. Cada ramo da treliça apresenta um rótulo que descreve o par de *bits* correspondentes aos símbolos de entrada seguido do par de símbolos *wavelet* produzidos pelo codificador naquela transição. Por exemplo, se a entrada binária for 0 e 0,

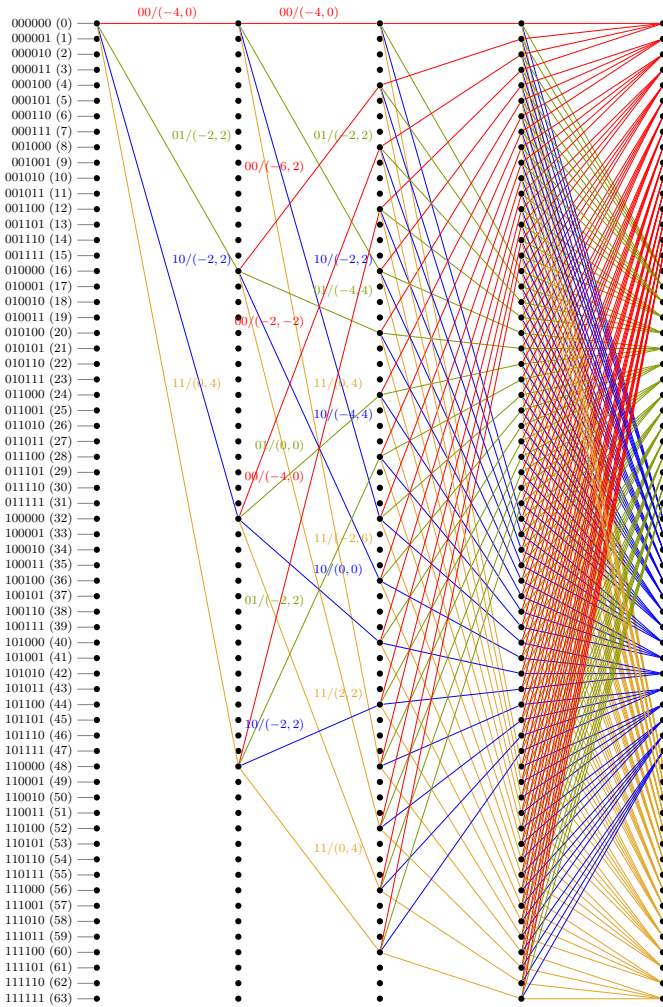


Fig. 4. Treliça equivalente à CMW para matriz de posto $m = 2$, gênero $g = 4$, taxa de codificação $R = 1$ e codificação de linha $\{0, 1\} \rightarrow \{-1, +1\}$. O rótulo de cada ramo da treliça indica os bits correspondentes aos símbolos de entrada e o par de símbolos wavelet de saída decorrentes daquela transição.

o codificador permanece no estado 0 e o ramo correspondente a essa transição é rotulado com $00/(-4, 0)$ indicando que foi gerado na saída do codificador o par de símbolos wavelet -4 e 0 , a partir da entrada -1 e -1 correspondente ao par de bits 0 e 0 . Após três iterações iniciais, a treliça apresenta todas as 256 transições possíveis e se repete a cada iteração.

V. RESULTADOS

O algoritmo de Viterbi possui complexidade que cresce linearmente com o número de transições por iteração. Para um código $CMW_{m \times mg}$, ele desenvolve $\mathcal{O}(2^{mg})$ operações aritméticas (multiplicações) por iteração, considerando uma codificação de linha binária (bits mapeados em símbolos binários). No exemplo tratado aqui, com matriz de posto $m = 2$ e gênero $g = 4$, o decodificador de Viterbi apresenta complexidade $\mathcal{O}(256)$. Um código $CMW_{4 \times 16}$ ($m = 4$ e $g = 4$) apresenta complexidade $\mathcal{O}(65536)$ e um código $CMW_{2 \times 32}$ ($m = 2$ e $g = 16$) apresenta complexidade $\mathcal{O}(4,3 \times 10^9)$. Assim, em razão do aumento da complexidade computacional para a realização da decodificação de sequência para sistema

que utiliza matriz de codificação de ordem elevada, será investigado em trabalho futuro o emprego de outros esquemas de decodificação sequencial, como o algoritmo de Fano e o algoritmo M, que representam abordagens alternativas, de menor complexidade, ao algoritmo de Viterbi.

Por limitações computacionais, são apresentadas aqui comparações de desempenhos de sistemas de comunicações empregando codificação wavelet de canal com decodificação por correlação e com decodificação de Viterbi, sob canal com desvanecimento Rayleigh, restritas à $CMW_{2 \times 8}$ ($m = 2$ e $g = 4$), com taxas de codificação $R = 1, 1/2, 1/3$ ou $1/4$. A Figura 5 apresenta as curvas de desempenho obtidas em simulação.

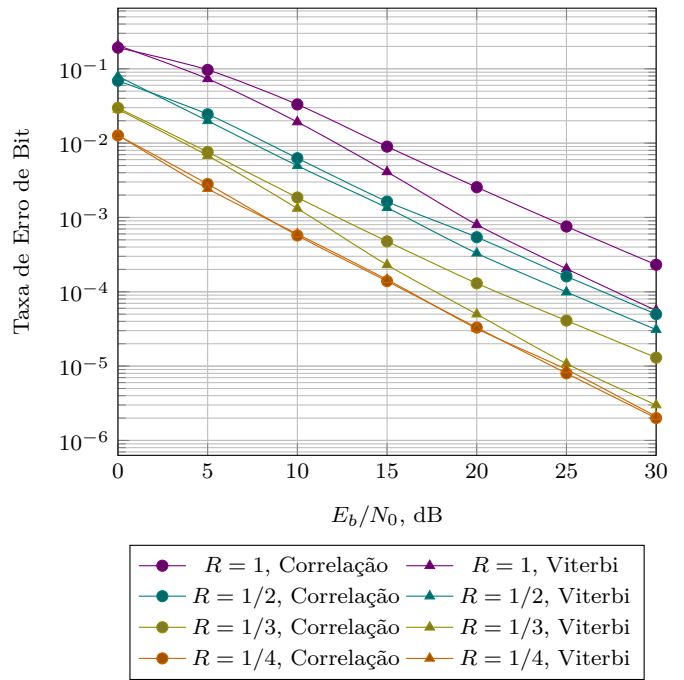


Fig. 5. Comparação de desempenhos de sistemas de comunicações empregado $CMW_{2 \times 8}$ ($m = 2$ e $g = 4$), com taxas de codificação $R = 1, 1/2, 1/3$ e $1/4$, com decodificações por correlação e por Viterbi, sob canal com desvanecimento Rayleigh.

A Tabela II descreve o ganho de desempenho, em dB, do sistema referente à Figura 5, para uma $BER = 10^{-3}$.

TABELA II

GANHO DE DESEMPENHO PARA UMA $BER = 10^{-3}$ DE SISTEMA $CMW_{2 \times 8}$ UTILIZANDO VITERBI EM RELAÇÃO À DECODIFICAÇÃO SÍMBOLO A SÍMBOLO.

Taxa de Codificação R	Ganho de Desempenho (dB)
1	$\approx 4,5$
1/2	$\approx 1,1$
1/3	$\approx 1,5$
1/4	≈ 0

Observa-se que, para uma mesma taxa de codificação, a decodificação empregando algoritmo de Viterbi proporcionou melhor desempenho do que a decodificação serial (Figura 5). O ganho de desempenho do sistema aplicando Viterbi está

relacionado à correlação entre os símbolos *wavelet* gerados, e esta é diretamente proporcional à quantidade de superposição entre as linhas da tabela de codificação (Tabela I). Para uma fonte de símbolos de entrada independentes e taxa unitária, quando a superposição entre as linhas da tabela de codificação é máxima (deslocamento igual ao posto m), obtém-se o ganho máximo. No outro extremo, para $R = 1/4$, quando não há superposição entre as linhas da tabela de codificação (deslocamento igual a $4m$), ambas as abordagens de decodificação resultaram no mesmo desempenho. Esse resultado ocorreu porque nessa situação não há informação relacional entre símbolos *wavelet* sucessivos, e a correlação entre os símbolos codificados favorece o algoritmo de Viterbi na busca da sequência mais verossimilhante.

VI. CONCLUSÕES

O presente trabalho investigou o emprego de decodificação de sequência para códigos *wavelet* de canal. O algoritmo de Viterbi foi a abordagem aplicada. Os resultados demonstraram que a decodificação por algoritmo de Viterbi apresenta desempenho superior à abordagem convencional de decodificação símbolo a símbolo. O custo dessa abordagem decorre da alta complexidade do algoritmo de Viterbi, que cresce com o número de transições da treliça, que, por sua vez, cresce fortemente com o aumento do posto ou gênero da matriz de codificação *wavelet*.

Em etapas subsequentes, será investigado o emprego de outros esquemas de decodificação sequencial, como o algoritmo de Fano e o algoritmo M, que representam abordagens alternativas, de menor complexidade, ao algoritmo de Viterbi. Desta forma, espera-se usufruir do melhor desempenho proporcionado pela decodificação de sequência, com menor complexidade computacional, e poder analisar o desempenho de códigos com matrizes de codificação maiores. Trabalhos futuros podem ainda explorar a variação da taxa de codificação destes códigos para sistemas adaptativos às condições do canal.

REFERÊNCIAS

- [1] H. L. Resnikoff e R. O. Wells-Jr, *Wavelet Analysis: The Scalable Structure of Information*. New York, Springer-Verlag, 1998.
- [2] L. C. Cavalcante, *Análise de desempenho da codificação wavelet em canais seletivos em frequência*, XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações – SBrT2013, Setembro 2013.
- [3] L. G. de Q. Silveira Jr, *Reduced-Complexity Iterative Decoder for Wavelet-Coded Systems in Flat Fading Channels*, 21st International Conference on Telecommunications - ICT, pp. 374–379, Junho 2014.
- [4] L. G. de Q. Silveira Jr e L. F. Q. Silveira, *MMSE-Based Receiver for Wavelet-Filtered Systems Over Flat Fading Channels*, 2016 European Conference on Networks and Communications - EuCNC, pp. 1–7, Junho 2016.
- [5] Lucas C. P. Cavalcante e Simon Rommel e Rui Diniz e L. G. Q. Silveira Jr e L. F. Q. Silveira e Idelfonso T. Monroy, *Performance Evaluation of Wavelet-Coded OFDM on a 4.9 Gb/s W-Band Radio-Over-Fiber Link*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 35, No.14, pp. 2803–2809, Julho 2017.
- [6] Eline Alves Santos, *Sistema de Transmissão com Codificação Wavelet de Eficiência Espectral Arbitrária*. Tese. Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande/PB, 2014.
- [7] Michael A. Tzannes e Marcos C. Tzannes, *Bit-by-bit channel coding using wavelets*. *Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference – GLOBECOM'92*, pp. 684–688, 1992.
- [8] Luiz Felipe de Queiroz Silveira, *Análise da Codificação Wavelet em Sistemas Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh Plano*. Tese. Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande/PB, 2006.
- [9] Luiz F. Q. Silveira e Luiz G. Q. Silveira Junior e Francisco M. Assis e Ernesto L. Pinto *Analysis and Optimization of Wavelet-Coded Communication Systems*. IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 8, No. 2, pp. 563–567, Fevereiro 2009.
- [10] B. P. Lathi e Z. Ding, *Sistemas de comunicações Analógicos e Digitais Modernos*, LTC, Rio de Janeiro, 2012.
- [11] J. A. Viterbi, *Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm*, IEEE Transactions on Information Theory, vol.13, 1967.
- [12] Kenneth S. Barron e James G. Dunham, *The effect of non-equiprobable source symbols on maximum-likelihood Viterbi decoder performance*, IEEE International Conference on Communications, vol.2, 1995.