

Geometria de Aquisição Circular com Múltiplos Sensores para Mapeamento Através de Paredes utilizando Sinais de RF

Rafael Saraiva Campos, Lisandro Lovisoló e Marcello L. R. de Campos

Resumo—O mapeamento através de paredes (TWM) utilizando rádio-frequência (RF) emprega técnicas originalmente aplicadas na tomografia computadorizada para reconstruir a planta-baixa de uma construção e assim localizar obstáculos estáticos que possam estar atrás de paredes. Na maioria das estratégias para TWM, assume-se uma geometria de feixes de raios paralelos, onde dois sensores móveis (um transmissor e outro receptor) coletam as amostras de potência de RF recebida através das paredes. Esse esquema não prioriza a rapidez de aquisição, que é importante quando se considera aplicações de RF TWM, como auxílio para resgates em prédios desmoronados e intervenções de equipes táticas em situações com reféns. O presente trabalho aborda essa questão, propondo uma geometria de aquisição alternativa, a Geometria de Aquisição Circular com Múltiplos Sensores. A validade da proposta é verificada utilizando um modelo previamente definido pelos autores e construído com o Método dos Elementos Finitos.

Palavras-Chave—Rádio-frequência, Mapeamento Através de Paredes, Consciência Situacional, Reconstrução Algébrica, Método dos Elementos Finitos

Abstract—Radiofrequency (RF) Through-the-Wall Mapping (TWM) employs techniques originally applied in Computerized Tomographic Imaging to reconstruct the floor blueprint and therefore map static obstacles behind walls. Most TWM scenarios assume a parallel-beam geometry, where two mobile sensors (one transmitter and one receiver) obtain the RF received power samples. Such scheme does not prioritize acquisition speed, which is of paramount importance when one considers the intended RF TWM applications, such as rescuing efforts in collapsed buildings and tactical teams intervention in hostage situations. The current work addresses this issue by proposing an alternative acquisition geometry: Multi-Sensor Circular Acquisition Geometry. The validity of the proposal is evaluated using a Finite Element Method model, previously defined by the authors.

Keywords—Radiofrequency, Through-the-Wall Mapping, Situational Awareness, Algebraic Reconstruction, Finite Element Method

I. INTRODUÇÃO

O mapeamento através de paredes (TWM - *Through-the-Wall Mapping*) utilizando sinais de RF tem como objetivo identificar a localização de obstáculos estáticos dentro de construções sem sensoriamento direto. Portanto, destina-se a prover um método não-invasivo para reconstruir uma planta-baixa de um andar utilizando sinais de RF [1]. A capacidade de obter uma estimativa da planta-baixa, antes de entrar em

um andar ou sala, pode fornecer informações valiosas em operações militares, tais como situações com reféns e combate urbano [2], uma vez que em tais casos, o sensoriamento dos obstáculos com equipamentos a bordo de robôs não é uma opção, devido, por exemplo, à presença de forças hostis no interior do prédio. Tecnologias de RF TWM também podem ser aplicadas quando a área a ser mapeada encontra-se inacessível devido a restrições físicas; por exemplo, em prédios desmoronados. Em resumo, RF TWM pode aprimorar a consciência situacional em nível tático em situações críticas em áreas urbanas [3].

O presente trabalho propõe uma geometria de aquisição para RF TWM: a Geometria de Aquisição Circular com Múltiplos Sensores (MCG - *Multi-Sensor Circular Acquisition Geometry*). Esta proposta visa reduzir o tempo requerido para obter amostras de RF em comparação com a usual geometria de feixes de raios paralelos. A MCG é avaliada utilizando um modelo de simulação previamente definido pelos autores [4] e baseado no método dos elementos finitos (FEM - *Finite Element Method*).

O restante deste trabalho está organizado como se segue: a Seção II revê os conceitos-chave da geometria de aquisição por feixes de raios paralelos; a Seção III aborda os fundamentos da reconstrução algébrica; a Seção IV define os parâmetros da MCG (a proposta deste trabalho); e a Seção V apresenta os resultados da simulação conduzida com o modelo FEM. Por fim, a Seção VI traz uma breve conclusão.

II. GEOMETRIA DE AQUISIÇÃO COM FEIXES DE RAIOS PARALELOS

A maioria dos cenários de RF TWM emprega a geometria de aquisição com feixes de raios paralelos, que era utilizada na tomografia computadorizada (CTI - *Computerized Tomographic Imaging*) de primeira geração [5]. Essa geometria requer apenas um transmissor e um receptor, que percorrem trajetórias paralelas e cujas antenas diretivas devem estar sempre alinhadas entre si. A transformada de Radon e o teorema de fatias de Fourier fornecem a fundamentação matemática para as técnicas de reconstrução utilizando esta geometria [6].

Considere a reta r na Fig. 1a, definida por $y = (\tan \gamma)x + b$, onde $(0, b)$ são as coordenadas do ponto B, que é a intersecção entre r e o eixo y . Do triângulo OCA, obtém-se $\gamma = \theta_k + \pi/2$, assim, $\tan \gamma = -1/\tan \theta_k$. Do triângulo OCB, verifica-se que $b = \rho_j/\sin \theta_k$. Portanto, $y = -x/\tan \theta_k + \rho_j/\sin \theta_k$, que pode ser reescrita como $x \cos \theta_k + y \sin \theta_k = \rho_j$. Um feixe

Rafael Saraiva Campos (PEE/COPPE/UFRJ, CEFET/RJ), Lisandro Lovisoló (PROSAICO/PEL/DETEL/UERJ), Marcello L. R. de Campos (PEE/COPPE/UFRJ). E-mails: rafael.campos@cefet-rj.br, lisandro@uerj.br, campos@smt.ufrj.br.

de raios paralelos é definido por um conjunto de tais retas, variando ρ para θ fixo, como ilustrado na Fig. 1b.

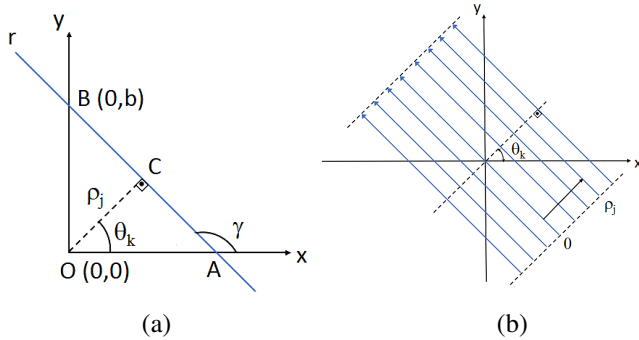


Fig. 1. (a) Retra representando a trajetória de propagação; (b) Feixe de raios paralelos em $\theta = \theta_k$.

Assume-se que cada raio no feixe paralelo representa o percurso da energia eletromagnética propagando-se entre o transmissor e receptor, ambos movendo-se ao longo de caminhos paralelos de L metros, indicados pelas linhas pontilhadas na Fig. 1b. Se o raio atravessa um objeto ao longo do caminho percorrido, parte de sua energia será absorvida pelo objeto. Assim, no receptor obtém-se uma projeção na qual as características de absorção do objeto estão implicitamente contidas. Se a potência transmitida é conhecida, a absorção ao longo da trajetória definida por θ_k e ρ_j pode ser inferida a partir da energia recebida. Esta absorção é fornecida pela integral de linha

$$g(\rho_j, \theta_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta_k + y \sin \theta_k - \rho_j) dx dy \quad (1)$$

onde $f(x, y)$ é a atenuação específica (atenuação por unidade de comprimento) da seção reta do objeto nas coordenadas (x, y) . A função impulso resulta na integração ao longo da reta $x \cos \theta_k + y \sin \theta_k = \rho_j$. Esta integral de linha é a transformada de Radon da função f no plano xy ao longo da direção definida por θ_k e ρ_j [6]. A projeção $g(\rho, \theta_k)$ é obtida aplicando a equação (1) para todo $\rho \in [-L/2; L/2]$. Após calcular as projeções para todos $\theta \in [0; \pi)$, obtém-se o *sinograma* da imagem original. O sinograma é empregado para reconstruir a planta-baixa da construção, a imagem desejada.

III. TÉCNICA DE RECONSTRUÇÃO ITERATIVA SIMULTÂNEA (SIRT)

O processo de reconstrução da planta-baixa a partir do sinograma pode aplicar diferentes técnicas. Essas técnicas podem ser agrupadas genericamente em duas classes: (i) projetivas, que empregam o teorema de fatias de Fourier e projeções de Radon, como a reconstrução por retroprojeção com filtragem (FBR-*Filtered Backprojection Reconstruction* e a reconstrução direta de Fourier (DFR - *Direct Fourier Reconstruction*; (ii) algébricas, que adotam técnicas iterativas para a solução de sistemas lineares representando o problema inverso, como o método ART (*Algebraic Reconstruction Technique*) e o SIRT (*Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*) [5], [7].

Na reconstrução algébrica, a planta-baixa do andar $f(x, y)$ é tratada como uma matriz $N \times N$ de incógnitas. Esse problema

inverso discreto corrompido por ruído pode ser representado pelo sistema linear

$$\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{b}} \quad (2)$$

onde $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_i]_{i=1, \dots, N^2}$ é o vetor-coluna com os elementos de $\hat{f}(x, y)$, i.e., a imagem reconstruída; $\tilde{\mathbf{b}} = [\tilde{b}_i]_{i=1, \dots, mn} + \mathbf{n}$ é o vetor-coluna com os valores do sinograma \mathbf{G} acrescidos de ruído; e $\mathbf{A} = [a_{i,j}]_{i=1, \dots, mn; j=1, \dots, N^2}$ é a matriz de coeficientes. Cada linha da matriz \mathbf{A} corresponde a um raio na geometria de feixes de raios paralelos. Como a Fig. 2 mostra, o elemento $a_{i,j}$ informa a extensão do percurso do i -ésimo raio através do j -ésimo *pixel*. Portanto, tem-se

$$b_i = g(\rho_u, \theta_v) = \sum_{j=1}^{N^2} a_{i,j} \hat{x}_j \quad (3)$$

onde $g(\rho_u, \theta_v)$ é a transformada de Radon ao longo do raio definido por (ρ_u, θ_v) , $u = 1, \dots, m$, $v = 1, \dots, n$ e $i = 1, \dots, mn$.

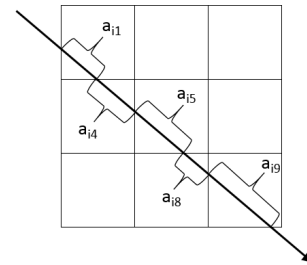


Fig. 2. Exemplo de matriz de coeficientes 3×3 .

Em problemas típicos de reconstrução em TWM a matriz \mathbf{A} é enorme, e a equação (2) representa um problema discreto mal-posto, uma vez que o número de condicionamento de \mathbf{A} é muito grande [7], [8]. Em tais casos, alguma técnica de regularização é necessária, para impedir que o ruído em \mathbf{b} cause flutuações significativas na solução. Além disso, apenas uma pequena fração dos elementos de \mathbf{A} é não-nula, uma vez que cada raio passa por apenas uma reduzida percentagem do conjunto de *pixels* que compõem toda a planta-baixa. Considerando o alto grau de esparsidade de \mathbf{A} e a necessidade de obter uma solução menos susceptível ao ruído presente na entrada, métodos iterativos de regularização para problemas mal-postos tornam-se a alternativa preferencial para a reconstrução [8]. Entre tais métodos, encontram-se o de Kaczmarz (ou ART) e Landweber (ou SIRT).

O algoritmo iterativo de Landweber realiza estimativas sucessivas de \mathbf{x} através de

$$\hat{\mathbf{x}}_K = \hat{\mathbf{x}}_{K-1} + \delta \mathbf{A}^T \left(\frac{\mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{K-1}}{\|\mathbf{A}\mathbf{A}^T\|_2} \right) \quad (4)$$

onde δ é o parâmetro de relaxação. Enquanto a solução ART é atualizada a cada linha do sistema linear definido pela equação (2), no método SIRT todas as linhas do sistema são consideradas simultaneamente, i.e., a cada iteração [9]. Com isso, o método SIRT provê melhor regularização que o método ART, resultando em imagens reconstruídas de melhor qualidade (i.e., mais semelhantes à imagem original). Entretanto, isso é obtido às custas de convergência mais lenta [6], [8].

IV. GEOMETRIA DE AQUISIÇÃO CIRCULAR COM MÚLTIPLOS SENSORES

Na geometria de aquisição de feixes de raios paralelos, dois sensores movem-se ao redor da área a ser mapeada coletando amostras de RF. Quaisquer alterações do *layout* ocorridas durante o deslocamento (tais como portas sendo barricadas ou colapsando) passarão despercebidas. Em nossa proposta (MCG), múltiplos sensores são dispostos circularmente ao redor da área de interesse. Uma vez posicionados, eles permanecerão estáticos pela duração do processo de mapeamento, coletando amostras de RF. Tal esquema possibilita uma reconstrução muito mais rápida, bem como a detecção de modificações dinâmicas do *layout* da área sendo mapeada.

Na MCG, N sensores igualmente espaçados são posicionados ao longo de um círculo ao redor da área a ser mapeada, que é representada na Fig. 3 por um quadrado de $D \times D$ m². As antenas diretivas de todos os sensores são apontadas para o centro, localizado nas coordenadas (x_0, y_0) . A separação angular entre sensores adjacentes é definida por $\Delta\xi = \frac{2\pi}{N}$. As componentes do vetor posição $\vec{s}_i = (x_i, y_i)$ do i -ésimo sensor são dadas por $x_i = x_0 + R \sin \xi_i$ e $y_i = y_0 - R \cos \xi_i$, onde ξ_i é o ângulo entre o semi-eixo y negativo e a semi-reta conectando o i -ésimo sensor à origem, $i = 1, \dots, N$ e R é o raio da MCG. O parâmetro R é definido em função do tamanho da área a ser mapeada (D) acrescida de um valor δ para levar em conta o tamanho dos refletores das antenas, prevenindo assim que os mesmos fiquem demasiadamente próximos das paredes externas (o que poderia resultar em alterações significativas de seus diagramas de irradiação). Assim, o raio da MCG é $R = \frac{D\sqrt{2}}{2} + \delta$. O parâmetro δ deve ser definido em função do tamanho do refletor da antena e do comprimento de onda do sinal de RF. De modo geral, antenas mais diretivas (i.e., refletores maiores) e frequências mais baixas (maiores comprimentos de onda) demandam um δ maior.

A trajetória do raio $r_{i,j}$ transmitido pelo i -ésimo sensor e recebido pelo j -ésimo sensor é definida por uma equação linear de coeficientes $[a_{i,j} \ b_{i,j}]^T$. Os coeficientes angular e linear de $r_{i,j}$ ($i = 1, \dots, (N-1)$ e $j = i+1, \dots, N$) são dados por, respectivamente,

$$a_{i,j} = \frac{(\cos x_i - \cos x_j)}{(\sin x_j - \sin x_i)} \quad (5)$$

$$b_{i,j} = \frac{(y_0 - R \cos x_j)(\sin x_j - \sin x_i) - (y_0 + R \sin x_j)(\cos x_i - \cos x_j)}{(\sin x_j - \sin x_i)} \quad (6)$$

Apenas os raios atravessando a área a ser mapeada são de interesse para o TWMM. Na Fig. 3, essa área é delimitada pelos vértices P_1, P_2, P_3 e P_4 . Apenas os raios interceptando os lados deste quadrado são selecionados, i.e., os raios $r_{i,j}$ pertencentes ao conjunto \mathcal{A} definido por

$$\mathcal{A} = \left\{ i, j \mid \exists k \in \{1, 2, 3, 4\}, r_{i,j} \cap \overline{P_{v(k)} P_{v(k+1)}} \neq \emptyset, v = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 1] \right\} \quad (7)$$

A Fig. 4 ilustra os raios válidos em uma MCG com $N = 18$ e $R = 6.8$ m.

Ao contrário da geometria de feixes de raios paralelos, na qual as antenas dos dois sensores estão sempre alinhadas entre si, na MCG todas as antenas estão apontadas para o centro

(x_0, y_0) . Assim, para obter a potência isotrópica efetivamente irradiada pelo i -ésimo sensor na direção do j -ésimo sensor, o diagrama de irradiação horizontal da antena transmissora deve ser considerado. Para tal, o ângulo entre o raio e a direção de máximo ganho da antena transmissora deve ser calculado. Da Fig. 3 tem-se que tal ângulo para o raio $r_{i,j}$ é definido por

$$\theta_{i,j} = \arccos \frac{\vec{s}_i \cdot (\vec{s}_j - \vec{s}_i)}{\|\vec{s}_i\| \|\vec{s}_j - \vec{s}_i\|} \quad (8)$$

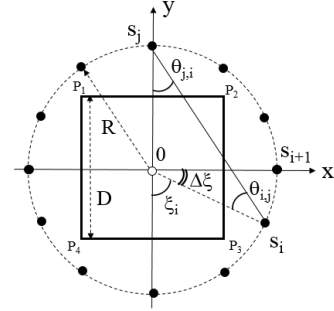


Fig. 3. Definição dos parâmetros da MCG.

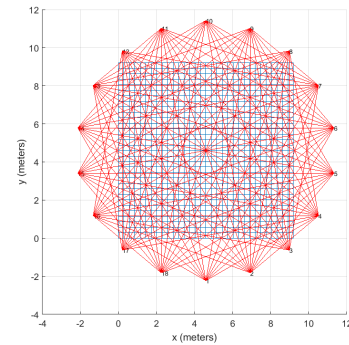


Fig. 4. Raios válidos em uma MCG com 18 sensores; $D = 9.2$ m e $\delta = 30$ cm.

De modo geral, para qualquer método de reconstrução, preservando inalterados todos os outros parâmetros sistêmicos, o aumento do número de raios por *pixel* melhora a qualidade da imagem reconstruída. A Fig. 5 indica que em uma configuração com aproximadamente 2000 raios válidos, o número médio de raios por *pixel* é aproximadamente 3.4 vezes maior na geometria de feixes de raios paralelos (44 raios/*pixel*), em comparação com a MCG (13 raios/*pixel*). Todavia, a MCG não se propõe a melhorar a qualidade da reconstrução em relação ao método tradicional. Em vez disso, seu objetivo é reduzir o tempo de aquisição de amostras de RF e possibilitar a detecção dinâmica de modificações da planta-baixa. Assim, desde que uma reconstrução de qualidade aceitável seja alcançada, a utilidade da MCG estará estabelecida.

Contudo, se comparada ao esquema de aquisição com múltiplos sensores proposto em [10], a MCG obtém um número médio de raios por *pixel* aproximadamente 20% superior. Como a função de distribuição acumulada (CDF -

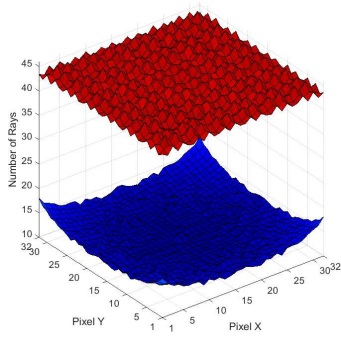


Fig. 5. Número de raios por *pixel* em uma geometria de aquisição de feixes de raios paralelos (vermelho) e em uma MCG (azul). Em ambos os casos há aproximadamente 2000 raios (i.e., amostras) e a resolução das imagens reconstruídas é 32×32 *pixels*.

Cumulative Distribution Function) (CDF) na Fig. 6b indica, enquanto praticamente nenhum *pixel* na geometria proposta em [10] é percorrido por 13 raios, na MCG 50% dos *pixels* são atravessados por mais de 13 raios¹.

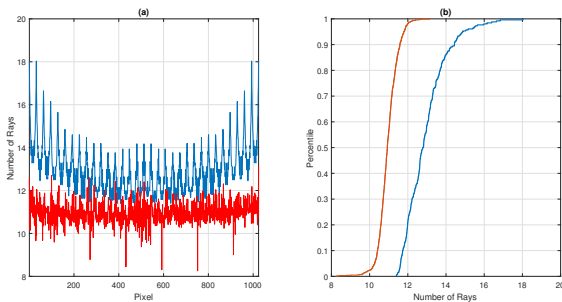


Fig. 6. (a) Número de raios por *pixel*; (b) CDF do número de raios por *pixel* para duas geometrias de aquisição com 78 sensores: MCG (azul) e a proposta em [10] (vermelho).

V. SIMULAÇÃO UTILIZANDO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A. O Modelo FEM

O método dos elementos finitos (FEM - *Finite Element Method*) é uma ferramenta numérica para a solução de *problemas de campo*, como elasticidade, fluxo de fluidos, transferência de calor e propagação de ondas eletromagnéticas [11], [12]. Em [14] definiu-se um modelo FEM 2-D para possibilitar simulações acuradas e rápidas da reconstrução de diferentes plantas-baixas em TWM utilizando sinais não modulados (CW - *Continuous Wave*) na faixa de UHF (*Ultra-High Frequency*). O modelo FEM, permite capturar mais precisamente a complexidade subjacente ao problema físico sendo descrito (propagação de ondas eletromagnéticas), em comparação com modelos de simulação mais usuais, como equações de perda de propagação (*path loss*) acrescidas de componente randômica para contabilizar recepção em

¹Para a comparação, considerou-se que $N = 78$ e que o comprimento do lado da cadeia quadrangular de sensores em [10] é $2R/\sqrt{2}$, onde R é o raio da MCG.

múltiplos percursos e sombreamento [13]. Até onde pudemos verificar na literatura consultada, [14] foi a primeira tentativa de utilização de FEM em um problema de RF TWM. Em [4], otimizou-se os parâmetros do modelo FEM, particularmente da sua discretização (*meshing*), permitindo significativa redução do custo computacional das simulações. Para a construção do modelo FEM, empregamos a plataforma de *software* comercial COMSOL Multiphysics®.

Nas simulações a seguir, empregamos a mesma configuração do modelo FEM especificado em [4]. Porém, em vez de utilizar somente dois sensores cujo deslocamento era simulado durante o *parametric sweep* no COMSOL, 78 sensores fixos e concêntricos foram posicionados ao redor da área a ser mapeada. Devido às limitações para a simulação de transmissão simultânea por vários sensores, a fonte de campo (densidade superficial de corrente senoidal com frequência angular $2\pi \times 10^9$ rad/s) é ativada sobre o elemento irradiante de cada antena de modo cíclico (*round-robin*).

Na geometria representando a planta-baixa do andar no modelo FEM, um portão é acrescentado para simular a obstrução da passagem central. A Fig. 7 exhibe-o em azul, junto com a planta-baixa e os refletores das antenas diretas (8.5 dBi). Assume-se que o portão é feito de aço inoxidável, com $\sigma = 4.032 \times 10^6$ S/m, $\mu_r = 1$ e $\epsilon_r = 1$ na frequência de 1 GHz [15].

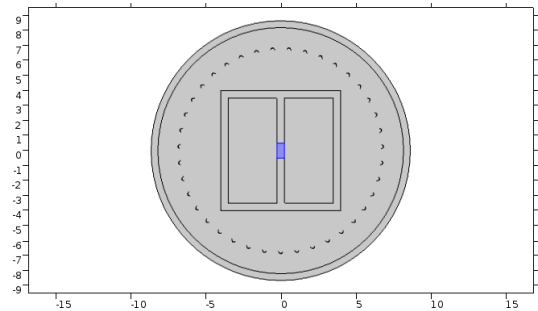


Fig. 7. MCG com 78 sensores com antenas diretas e planta-baixa do andar (com paredes de concreto não-reforçado com 50 cm de espessura) definidas no COMSOL.

B. Resultados da simulação

A Fig. 8(a-d) traz as plantas-baixas obtidas com MCG SIRT utilizando 39 e 78 sensores, após a equalização de histograma e filtragem de mediana². A resolução das imagens reconstruídas é 32×32 *pixels*. Nas Figs. 8(b,d) o sinal de referência (a planta-baixa original) é sobreposto às imagens reconstruídas para melhor comparação. Embora seriamente corrompida por *undersampling*, a reconstrução MCG SIRT com 39 sensores provê uma planta-baixa onde tanto as paredes externas quanto a passagem central interna são discerníveis. A qualidade da reconstrução melhora significativamente quando o número de sensores aumenta de 39 para 78. A qualidade é inferior àquela obtida como a geometria tradicional [4],

²Antes da reconstrução, um filtro passa-baixa (mediana) é aplicado no sinograma para mitigar os efeitos da recepção em múltiplos percursos, que apareceriam na imagem reconstruída como ruído de alta frequência [4], [14].

porém as reconstruções apresentam claramente as principais características das plantas-baixas originais.

Uma vez posicionada, a cadeia de sensores MCG pode mapear a área de interesse sem necessidade de reconfiguração e assim detectar alterações dinâmicas. Para ilustrar essa função, o portão definido na Seção V-A é inserido na passagem central. Fig. 9(a,b) exibem as imagens reconstruídas, sem e com o portão de aço, respectivamente. Fig. 9c ilustra a diferença absoluta entre as Figs. 9(a,b). Devido à grande intensidade das componentes refletidas na superfície altamente condutora da barricada, o mapa diferencial exibe níveis elevados de luminância não apenas na posição do portão, mas também nas paredes diretamente opostas ao mesmo. A Fig. 9d traz a imagem binária obtida após a aplicação de um filtro de limiar à Fig. 9c, com nível de corte 3 dB abaixo do valor máximo, e a subsequente erosão utilizando um elemento estruturante circular com raio 2. A obstrução na passagem central é claramente percebida, principalmente devido à alta condutividade do material constituinte.

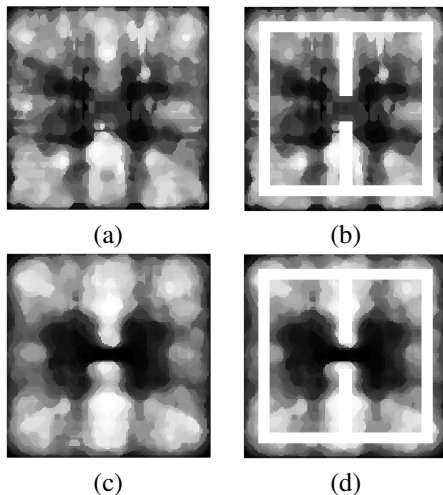


Fig. 8. Reconstrução MCG SIRT utilizando o modelo FEM com (a,b) 39 sensores; (c,d) 78 sensores. A planta-baixa do andar é sobreposta ao sinal reconstruído em (b,d) para melhor comparação.

VI. CONCLUSÕES

Este trabalho definiu uma geometria circular de aquisição com múltiplos sensores (MCG) com o objetivo de acelerar a coleta de amostras de RF para TWM em comparação com a geometria usual de feixes de raios paralelos. A MCG emprega um conjunto de sensores concêntricos, que, uma vez posicionados, permanecem estáticos, o que permite a detecção de alterações dinâmicas do *layout* da área sendo mapeada. A proposta foi avaliada utilizando um modelo FEM previamente definido pelos autores. Os resultados obtidos sugerem a validade do esquema de aquisição proposto.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado por CNPq, CAPES (Prodefesa,23038.009094/2013-83), e FAPERJ.

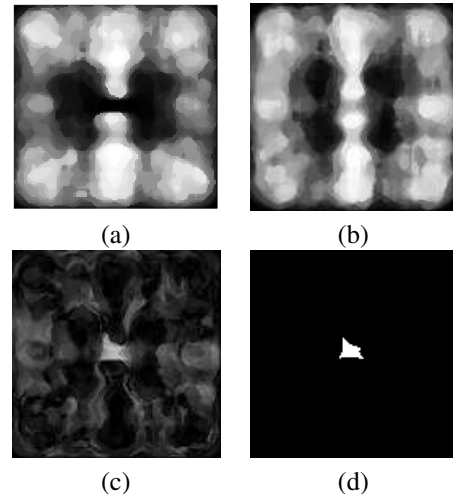


Fig. 9. Detecção de alterações no layout do andar utilizando MCG SIRT com o modelo FEM com 78 sensores. A resolução da imagem reconstruída é 32×32 pixels. Reconstrução SIRT do mapa do andar (a) sem e (b) com o portão de aço; (c) imagem diferencial de (b) e (a); (d) imagem obtida após aplicar um filtro de limiar em (c).

REFERÊNCIAS

- [1] Y. Mostofi, "Compressive Cooperative Sensing and Mapping in Mobile Networks", *IEEE Transactions on Mobile Computing*, v.10, n.12, pp 1769–1784, Dec 2011.
- [2] M. Bjorkbom et al, "Localization Services for Online Common Operational Picture and Situation Awareness", *IEEE Access*, v. 1, pp. 742–757, October 2013.
- [3] M. R. Endsley, "Towards a Theory of Situation Awareness in Dynamic Systems", *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society*, v.1, n. 37, pp. 32–64, March 1995.
- [4] Rafael Saraiva Campos and Lisandro Lovisolo and Marcello L. R. de Campos, "Finite Element Method Framework for RF-Based Through-The-Wall Mapping", *SPIE Defense+Security 2017*, pp. 1–20, Anaheim, USA, 2017.
- [5] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, "Digital Image Processing", Pearson Prentice Hall, 3rd ed., 2008.
- [6] A. C. Kak and M. Slaney, "Principles of Computerized Tomographic Imaging", IEEE Press, 1st ed., 1988.
- [7] Per Christian Hansen, "Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms", Society for Industrial and Applied Mathematics, 1st ed., 2010.
- [8] Richard C. Aster and Brian Borchers and Clifford H. Thurber, "Parameter Estimation and Inverse Problems", Elsevier Academic Press, 1st ed., 2005.
- [9] Per Christian Hansen and Maria Saxild-Hansen, "AIR Tools - A MATLAB package of algebraic iterative reconstruction methods", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 236, n. 8, pp. 2167 – 2178, 2012.
- [10] Amirafshar Moshaghpor and Mohammad Ali Akhaee and Masoud Attarifar, "Obstacle mapping in wireless sensor networks via minimum number of measurements", *IET Signal Processing*, v. 10, n. 3, pp. 237–246, Sep 2016.
- [11] E. Barkanov, "Introduction to the Finite Element Method", Institute of Materials and Structures - Faculty of Civil Engineering - Riga Technical University, 2001.
- [12] A. Tura, "A Review of Finite Element Analysis Method", Computer Aided Design Course (Notas de Aula), Faculty of Engineering- University of Victoria, 2014.
- [13] Yasamin Mostofi and Alejandro Gonzalez-Ruiz, "Compressive Cooperative Obstacle Mapping in Mobile Networks", *Military Communications Conference (MilCom 2010)*, 2010.
- [14] Rafael Saraiva Campos and Lisandro L. Lovisolo and Marcello L. R. de Campos, "Physical Modeling of RF Through-the-Wall Mapping using FEM", *XXXIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrt 2016)*, 2016.
- [15] J.R. Davis, "ASM Specialty Handbook - Carbon and Alloy Steels", ASM International, 1996.