

# Esquemas de Quantização para Sistemas OOK FSO

Maxwel V. da Silva, Cristhof J. R. Runge e Jaime Portugheis

**Resumo**— Este artigo considera sistemas de comunicação FSO (do inglês, "Free Space Optics") utilizando modulação OOK (do inglês, "On-Off Keying") e codificação de canal. O foco do artigo é uma aspecto prático de implementação destes sistemas: a escolha dos limiares de quantização na saída do demodulador. Assume-se que o receptor possui o conhecimento da CSI (do inglês, "Channel State Information"). Esquemas de quantização para sistemas FSO foram propostos anteriormente na literatura. A taxa de corte do canal discreto criado pela quantização foi utilizada como critério de comparação de desempenho. A taxa de corte aumenta com o aumento do número de níveis de quantização utilizados. Entretanto, mesmo um número elevado de níveis não é suficiente para se obter desempenho próximo ao de um esquema ideal não quantizado. Este artigo utiliza o conceito de taxa de corte generalizada GCR (do inglês, "Generalized Cutoff Rate") para escolher os limiares de quantização apropriados. Os resultados mostram agora que um número de níveis relativamente reduzido leva a um desempenho próximo ao de um esquema ideal não quantizado. Portanto, os esquemas propostos neste artigo apresentam ganhos consideráveis de desempenho quando comparados aos propostos anteriormente na literatura.

**Palavras-Chave**— Sistemas OOK FSO, esquemas de quantização, taxa de corte, informação do estado de canal (CSI).

**Abstract**— This paper considers Free Space Optic (FSO) communication systems using On-Off Keying modulation and channel coding. The focus of the article is a practical aspect of the implementation of these systems: the choice of quantization thresholds at the output of the demodulator. It is assumed that the receiver has the knowledge of the Channel State Information. Quantization schemes for FSO systems have been proposed previously in the literature. The cut-off rate of the discrete channel created by the quantization was used as a performance comparison criterion. The cutoff rate increases with increasing number of quantization levels used. However, even a high number of levels is not enough to achieve performance close to that of an ideal non-quantized scheme. This paper uses the Generalized Cutoff Rate concept to choose the appropriate quantization thresholds. The results now show that a relatively small number of levels leads to performance close to that of an ideal non-quantized scheme. Therefore, the schemes proposed in this paper present considerable performance gains when compared to those previously proposed in the literature.

**Keywords**— Coded OOK FSO systems, quantization schemes, cut-off rate, channel side information (CSI).

## I. INTRODUÇÃO

Sistemas de comunicação FSO (do inglês, "Free Space Optics") são sistemas que utilizam o ar como meio de propagação das portadoras ópticas. São terrestres, ficam ao ar livre ("outdoor") e operam normalmente na faixa do infra-vermelho [1]. Como a propagação se dá através da atmosfera, efeitos de absorção, espalhamento e turbulência estão presentes e provocam desvanecimento do sinal recebido no receptor. Considerando

que o efeito desta turbulência atmosférica pode diminuir o desempenho desses sistemas, uma estratégia interessante, é a utilização codificação de canal com entrelaçamento [2]. Uma outra consideração importante no projeto de sistemas de comunicação codificados, é o conhecimento prévio no receptor do estado de degradação imposto pelo canal ao sinal transmitido. Iremos considerar neste trabalho que o receptor possui conhecimento de estado do canal, CSI (do inglês, "Channel State Information") [3].

Um sistema de comunicação codificado utiliza quantização na saída do demodulador [4]. Para isso, é preciso escolher a localização dos limiares que definem as regiões de quantização. A literatura apresenta condições necessárias para se encontrar esses limiares de quantização baseadas no conceito de otimização da taxa de corte do canal [5], [6]. Outro conceito utilizado é o da otimização da informação mútua entre entrada e saída do canal [4]. Em [5] e [6] propõe-se também algoritmos para a obtenção dos limiares ótimos de quantização. Quando aplicados em canais AWGN (do inglês, "Additive White Gaussian Noise"), as condições necessárias para implementação destes algoritmos são facilmente dedutíveis. Entretanto, para o caso aqui considerado de um canal FSO, as condições necessárias implicam no uso de equações transcendentais muito complicadas, o que torna impossível a implementação prática destes algoritmos.

Esquemas de quantização para canais FSO foram considerados anteriormente em [7] e [8]. Dada a dificuldade de implementação prática dos algoritmos de [5] e [6], estes trabalhos propuseram esquemas heurísticos. Em [7], esquemas de quantização com limiares de decisão *uniformemente* espaçados foram estudados. Os resultados obtidos em [7] mostraram que a taxa de corte do canal aumenta com o aumento do número de níveis de quantização, entretanto, até mesmo 32 níveis de quantização não são suficientes para se obter desempenho próximo ao de um esquema ideal não quantizado. Em [8], esquemas de quantização com apenas 3 níveis de quantização foram analisados. Um dos esquemas propostos mostrou desempenho similar ao de um esquema com 4 níveis descrito em [7]. Entretanto, a generalização da heurística usada em [8] para mais de 3 níveis e com limiares de decisão *não uniformemente* espaçados conduz a um complexo problema de otimização, o que torna a sua obtenção não factível. Uma característica importante dos esquemas heurísticos propostos em [7] e [8] é que os limiares de quantização dependem do valor de CSI, mas não dependem da variância do ruído aditivo.

Este artigo considera sistemas FSO codificados que utilizam modulação por intensidade OOK (do inglês, "On-Off Keying"), detecção direta (DD) e CSI no receptor. Iremos considerar também que a CSI é modelada por uma variável aleatória  $\gamma$ - $\gamma$  [3],[9]. Em [10], o conceito da taxa de corte generalizada GCR (do inglês, "Generalized Cutoff

Os autores estão na Faculdade de Tecnologia da Unicamp, Limeira-SP-Brazil, E-mails: maxwel.silva@pos.ft.unicamp.br, jaime@ft.unicamp.br, cristofjr@ft.unicamp.br.

Rate") foi utilizado para se obter limiares de quantização para um canal sem memória com entrada binária e saída simétrica. Sendo assim, nós utilizamos os resultados de [10] para obter os limiares de quantização para o modelo de canal dos sistemas FSO codificados considerados neste artigo. As regiões de quantização resultantes são uniformemente espaçadas mas os limiares de decisão dependem da variância do ruído aditivo e também de um parâmetro de Chernoff que pode ser previamente calculado. Em vez da GCR, utilizamos a taxa de corte dos canais discretos resultantes da quantização como parâmetro de comparação de desempenho. A taxa de corte aumenta com o aumento do número de níveis de quantização e um número de níveis relativamente reduzido leva a um desempenho próximo ao de um esquema ideal não quantizado. Portanto, os esquemas propostos neste artigo apresentam ganhos consideráveis de desempenho quando comparados aos propostos anteriormente em [7] e [8]. Até onde vai o conhecimento dos autores, esquemas de quantização para canais OOK FSO só foram tratados anteriormente em [7] e [8].

## II. MODELO DE CANAL

Iremos considerar um modelo de canal de tempo discreto [7], [9],

$$R = HX + N \quad (1)$$

onde  $R$  é a saída de um filtro integrador no receptor [3]. A sequência de valores do estado de canal,  $H$ , para diferentes instantes de tempo, é uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d, e  $N$  é uma variável aleatória Gaussiana branca de média nula, e variância  $\sigma_N^2$ . Os símbolos OOK  $X \in \{0, A\}$ , são independentes tanto de  $N$  quanto de  $H$ . Pode-se definir a razão sinal-ruído (RSR) como  $A/\sigma_N^2$ .

A saída do quantizador,  $Y$ , é definida por

$$Y = \begin{cases} y_1 & , -\infty < R \leq T_1 \\ y_2 & , T_2 < R \leq T_3 \\ & \vdots \\ y_L & , T_{L-1} < R < +\infty \end{cases} \quad (2)$$

onde  $T_i, i = 1, \dots, L-1$  são os limiares de decisão. O esquema de quantização cria um canal discreto e sem memória, DMC (do inglês, "Discrete Memoryless Channel"), com entrada binária e saídas  $L$ -árias  $y_i, i = 1, \dots, L$ .

O DMC criado possui probabilidades de transição obtidas através da expressão

$$P(y_i|x) = \int_0^\infty \int_{R_i} p(y|x, h) dy p(h) dh \quad (3)$$

onde  $p(h)$  é a densidade de probabilidade do ganho de canal  $H$ ,  $p(y|x, h)$  é a densidade de probabilidade condicionada que corresponde a uma densidade de probabilidade Gaussiana com média  $hx$ , e variância  $\sigma_N^2$ .  $R_i$  é a região que define o símbolo discreto de saída  $y_i$ .

Uma vez definidas as probabilidades de transição do DMC criado, é possível calcular-se a taxa de corte do canal,  $R_0$ . Para um canal com entrada binária e saídas  $L$ -árias, esta taxa de corte é encontrada através da expressão dada abaixo [7],[5]

$$R_0 = 1 - \log_2 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^L \sqrt{P(y_i|0)P(y_i|A)} \right\} \quad (4)$$

As questões que se colocam são: quais são os limiares ótimos  $T_i, i = 1, \dots, L-1$  (no sentido de maximizar  $R_0$ ) e quanto grande  $L$  precisa ser escolhido de maneira que um esquema quantizado se aproxime do desempenho de um esquema não quantizado ?

## III. ESQUEMAS DE QUANTIZAÇÃO

Se considerarmos um esquema de quantização com  $L = 2$  (isto é, um esquema de decisão abrupta) pode-se mostrar [7] que a taxa de corte do canal é maximizada quando o limiar de decisão é  $Ah/2$ , onde  $H = h$  é o estado do canal. Este resultado é válido para qualquer modelo de densidade de probabilidade  $p(h)$  para o estado  $H$ .

Para valores de  $L > 2$ , limiares ótimos de decisão poderiam ser obtidos aplicando-se os algoritmos recursivos apresentados em [5] e [6]. Eles foram aplicados com sucesso para um canal AWGN. Entretanto, quando a densidade do estado de canal,  $p(h)$ , não possui uma forma simples (como é o caso deste artigo), estes algoritmos levam a necessidade de se utilizar um sistema complexo de equações transcendentais. Além disto, é preciso considerar que os algoritmos são baseados somente em condições necessárias de otimalidade e não suficientes, ou seja, os algoritmos poderiam convergir para resultados sub-ótimos.

No que segue iremos descrever os esquemas heurísticos propostos em [7] e [8] como também o esquema proposto baseado na GCR.

### A. Esquema heurístico com limiares uniformemente espaçados

Este esquema possui os limiares de decisão espaçados igualmente e cujos valores só dependem do estado de canal observado  $H = h$ . Por exemplo, para  $L = 4$  regiões de quantização, fixou-se os limiares de quantização em:  $T_1 = 0.25h$ ,  $T_2 = 0.55h$  e  $T_3 = 0.85h$ . Este esquema de quantização é representado na Fig.1 .

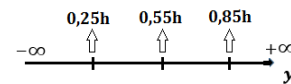


Fig. 1. Representação geométrica para  $L = 4$  regiões de quantização uniformemente espaçadas.

Para  $L = 32$  os limiares ficam então definidos através da expressão:  $T_i = -0.75h + (i-1)\Delta$ ,  $i = 1, \dots, 31$ , com  $\Delta = 0.05h$ . Em [7] foi observado que mesmo o desempenho de um esquema com  $L = 32$  níveis de quantização não se aproxima de um esquema não quantizado. Estes resultados motivaram o estudo do desempenho de esquemas de quantização não-uniformes.

### B. Esquema heurístico de quantização para um canal com saída ternária

Para este esquema de quantização, as três regiões de decisão estão centradas em  $Ah/2$ , com largura  $\Delta = Ah d$ , onde  $d$  é um parâmetro a ser otimizado. A representação gráfica para este esquema de quantização pode ser vista na Fig. 2. Nela podemos ver que os limiares ficam definidos como  $T_1 = Ah/2 - \Delta/2$  e  $T_2 = Ah/2 + \Delta/2$ .

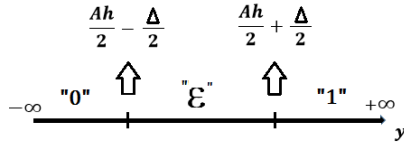


Fig. 2. Representação geométrica para  $L = 3$  regiões de quantização.

A questão colocada anteriormente se reduz então em encontrar o valor de  $d$  que maximiza  $R_0$ . Isso pode ser realizado por meio de uma discretização fina de  $d$ . Sendo assim, o valor ótimo de  $R_0$  pode ser obtido numericamente. Dos resultados obtidos, observou-se um desempenho semelhante ao esquema com  $L = 4$  níveis e limiares de decisão uniformemente espaçados. Este resultado motiva a procura de esquemas de quantização com limiares de decisão não uniformemente espaçados. Contudo, a generalização deste esquema de quantização para  $L > 3$  níveis com limiares não uniformemente espaçados, conduz a um problema de otimização com grande complexidade. Portanto, para se aproximar do desempenho de um esquema não quantizado, uma estratégia alternativa encontrada foi concebida, e ela se baseia no conceito de GCR como veremos na próxima seção.

### C. Esquema de quantização baseado na GCR

Como uma abordagem alternativa, utilizaremos o conceito da GCR [10]. Este conceito foi aplicado em [10] para o caso de sinalização antipodal num canal com desvanecimento plano e lento (assumido sem memória) e levou a definição de limiares de quantização uniformemente distribuídos. Considere que  $L = 2Q - 1$ , onde  $Q$  é um inteiro positivo. Adaptando os resultados de [10] para um sistema FSO OOK com estado de canal modelado por uma densidade de probabilidade gamma-gamma, pode-se mostrar que os limiares de decisão são dados por

$$T_i = \frac{Ah}{2} - \frac{Q\lambda\sigma_N^2}{Ah} + (i-1)\Delta \quad (5)$$

onde  $\Delta = 2\lambda\sigma_N^2/Ah$  com  $\lambda > 0$  e  $i = 1, \dots, L-1$ . Para  $Q$  fixo, o problema de encontrar os limiares ótimos de quantização (no sentido de maximizar  $R_0$ ) se torna um problema de encontrar valores ótimos do parâmetro  $\lambda$ . Este problema pode também ser resolvido de maneira eficiente através de uma discretização fina de  $\lambda$ . O Apêndice I esboça a dedução das equações (5).

A Fig.3 mostra em detalhes uma representação para o esquema com  $Q = 3$ , ou seja,  $L = 5$  regiões de quantização.

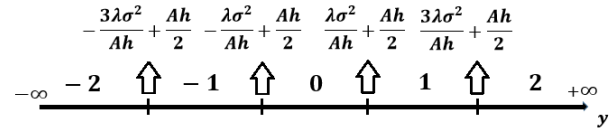


Fig. 3. Representação geométrica para  $Q = 3$  ( $L = 5$  regiões de quantização) baseada na GCR.

## IV. RESULTADOS

A Fig. 4 mostra os resultados de desempenho das diferentes abordagens de quantização apresentadas nas seções anteriores. A figura também compara estes desempenhos com a curva teórica de um sistema ideal que não utiliza quantização. Os resultados foram obtidos para um ganho de canal  $H$  modelado por uma variável aleatória gamma-gama com parâmetros  $\alpha = 3$  e  $\beta = 2.5$  [7]. Vale ressaltar, que esses parâmetros definem um regime de turbulência moderado. Pode-se notar da figura que o desempenho do esquema com  $L = 11$  regiões de quantização (obtido utilizando o critério da GCR) é praticamente o mesmo de um sistema ideal não quantizado. A figura também mostra o desempenho de dois esquemas com  $L = 3$  regiões de quantização: um baseado no critério da GCR e outro heurístico para um canal com erro e apagamento (denotado por EC). É importante ressaltar que o esquema baseado na GCR possui um desempenho significativamente maior que o esquema EC. Entretanto, o esquema EC não necessita da variância do ruído aditivo para ser implementado. A figura também mostra que o esquema de quantização uniforme com  $L = 4$  possui desempenho similar ao do esquema EC como já discutido nas seções anteriores.

A título de ilustração, a Tabela 1 mostra os valores do parâmetro  $\lambda$  como função da RSR para o esquema com  $Q = 6$ .

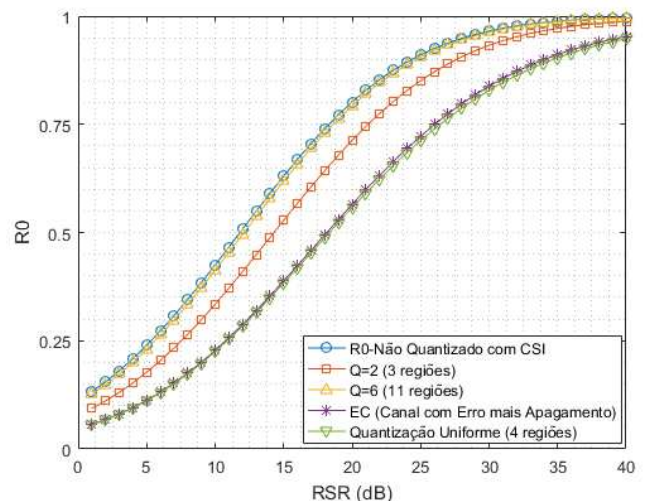


Fig. 4. Comparação do desempenho dos diferentes esquemas de quantização.

## V. CONCLUSÕES

Os resultados mostram que os esquemas baseados no critério da GCR são os mais eficientes em termos de potência

TABELA I  
VALORES DE  $\lambda$  COMO FUNÇÃO DA RSR PARA  $Q = 6$ .

RSR (dB)	$\lambda$
2	0.4000
4	0.5000
6	0.5000
8	0.6000
10	0.7000
12	0.7000
14	0.8000
16	0.8000
18	0.9000
20	0.9000
22	1.0000
24	1.0000
26	1.1000
28	1.2000
30	1.2000
32	1.3000
34	1.3000
38	1.4000
40	1.4000

consumida. Mostraram também que estes esquemas se aproximam de um esquema ideal não quantizado. Entretanto, para implementá-los é necessário ter o conhecimento no receptor não só da CSI mas também da RSR. Além destes conhecimentos, o parâmetro ótimo  $\lambda$  precisa ser determinado para a definição dos limiares de decisão e ele também depende da RSR para um valor fixo de CSI.

Foi mostrado em [7] que o esquema com quantização uniforme com  $L = 32$ , cujos limiares de decisão dependem somente da CSI, possui um ganho de codificação de 3 dB quando comparado a um sistema *sem* CSI (e infinitos níveis de quantização) para taxas em torno de 0.9. Estas taxas são utilizadas em alguns sistemas FSO práticos, como por exemplo, em aplicações "backhaul". Se CSI está disponível nestes sistemas, este esquema de quantização é uma alternativa interessante.

Este artigo também mostrou o desempenho do esquema EC que possui a vantagem de depender apenas da CSI. Este esquema poderia ser útil num cenário de uma rede óptica "wireless" com perda de pacotes. Este esquema mostrou um desempenho similar ao do esquema com quantização uniforme com  $L = 4$ . Sendo assim, sob um ponto de vista prático, esquemas com quantização não-uniforme para  $L > 3$  ainda merecem uma investigação futura.

APÊNDICE I

A definição da GCR pode ser encontrada em [10]. Ela depende de um depende de um parâmetro de Chernoff,  $\lambda$ , que precisa ser otimizado. A razão de verossimilhança para a observação do canal,  $\Lambda(R)$ , é dada por

$$\Lambda(R) = \frac{p(R|X = 0)}{P(R|X = A)} \tag{6}$$

Para o caso de um canal com CSI, a razão de verossimilhança pode ser escrita como

$$\Lambda(R) = \frac{p(R|h, X = 0)}{p(R|h, X = A)} \tag{7}$$

Utilizando o modelo de canal da equação 1, obtemos a expressão para a razão de verossimilhança dada abaixo

$$\Lambda(R) = \exp\left[-\frac{(Ah)^2 - 2RAh}{2\sigma_N^2}\right], \tag{8}$$

Em [10] é demonstrada uma proposição que, para um dado  $\lambda \geq 0$ , as regiões de quantização que maximizam a GCR obedecem as seguintes expressões

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda(R) \leq e^{\lambda(2j+1)} \quad , \quad j = -(Q-1) \\ e^{\lambda(2j-1)} < \Lambda(R) \leq e^{\lambda(2j+1)} \quad , \quad \{j \in \theta\} \cap \{j \neq \pm(Q-1)\} \\ \Lambda(R) > e^{\lambda(2j-1)} \quad , \quad j = (Q-1) \end{array} \right\} \tag{9}$$

onde

$$\theta = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(Q-1). \tag{10}$$

Substituindo a expressão para  $\Lambda(R)$  da equação (8) nas inequações (9) e manipulando as inequações chegamos aos limiares dados pelas equações (5).

REFERÊNCIAS

- [1] M. A. Khalighi e M. Uysal, "Survey on Free Space Optical Communication: A Communication Theory Perspective," IEEE Commun. Surveys and Tutorials, v. 16, no. 4, pp. 2231-2258, 2014.
- [2] Niu, M., Cheng, J., Holzman, J. F.: "Terrestrial Coherent Free-Space Optical Communication Systems," Chapter 8, InTech, Open Access, (<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>), accessed January 2015.
- [3] K. Kiasaleh, "Channel estimation for FSO channels subject to Gamma-Gamma turbulence," Int. Conf. on Space Opt. Sys. and Applications, Corsica, France, pp. 1-7, 9-12 de Outubro, 2012.
- [4] Ma, X., Zhang, X., Yu, H., Kavčić A.: "Optimal Quantization for Soft-Decision Decoding Revisited," Int. Symp. on Inf. Theory and Its App., Xian, China, 2012, October 7-11, .
- [5] Massey, J. L.: "Coding and modulation in digital communications," in Proc. Int. Zurich Seminar on Digital Communications, 1974, pp.E2(1)-E2(4).
- [6] Lee, L.-N.: "On optimal soft-decision demodulation," IEEE Trans. on Inf. Theory, 1976, vol. IT-22, pp. 437-444.
- [7] Runge, C. J. R., Portugheis, J.: "Demodulator Quantization of Coded OOK FSO Systems over Atmospheric Turbulence Channels," VI International Workshop on Telecommunications, Brazil, 2015, 14-17 June, pp. 116-119, doi: 10.1109/IWT.2015.7224567.
- [8] M. V. da Silva, J. Portugheis e C. J. R. Runge, "Esquema de Quantização com Apagamento para Decodificação Suave em Sistemas FSO," XXXIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBt2016, Santarém, PA, pp. 1-5, 30 Aug - 02 Set, 2016.
- [9] Anguita, J., Neifeld, M., Hildner, B., Vasic, B.: "Rateless Coding on Experimental Temporally Correlated FSO Channels," Journal of Lightwave Technology, 2010, vol. 28, no. 7, pp. 990-1002.
- [10] Binshtok, N., Shamai(Shitz), S.: "Integer metrics for binary input symmetric output memoryless channels," IEEE Trans. on Communications, 1999, vol. 47, no. 11, pp. 1636-1645.