

Estudo do emaranhamento quântico com base na Teoria de Codificação Clássica

Wanessa Carla Gazzoni e Reginaldo Palazzo Junior

Resumo—Este trabalho apresenta algumas contribuições para um melhor entendimento do emaranhamento quântico e suas aplicações. Com o propósito de obter a classificação de estados quânticos puros arbitrários em separáveis ou emaranhados, apresentamos um critério de separabilidade do qual tal classificação decorre. Este critério está baseado em uma interpretação homológica-geométrica, que nos permitiu formalizar algumas conclusões acerca da quantificação do emaranhamento em estados puros arbitrários com três qubits. A partir desta interpretação, foi possível também associar a descrição do conteúdo dos *kets* de um estado puro arbitrário a conceitos de teoria da codificação clássica. Tendo como base esta associação, propomos uma forma bastante simplificada para determinar a descrição matemática de estados puros arbitrários que satisfazem o máximo emaranhamento global. De acordo com conceitos da teoria da codificação, analisamos os estados de máximo emaranhamento global com relação à proteção contra erros que esses estados possuem. Neste contexto, apresentamos uma nova classe de estados que ainda não havia sido mencionada na literatura.

Palavras-Chave—estados quânticos puros arbitrários, critério de separabilidade, máximo emaranhamento global, teoria da codificação clássica, proteção de informação contra ação de erros

Abstract—We present some contributions to a better understanding of quantum entanglement and its applications. With the purpose of obtaining a classification of the arbitrary pure quantum states as separable or entangled, a separability criterion is presented. This criterion is based on an homologic-geometric interpretation which allowed us to formalize some conclusions on the entanglement quantification of arbitrary pure states with three qubits. From this interpretation, it was possible to associate a description of the *kets*' content of an arbitrary pure state with the concepts of the classical coding theory. Based on this association, we propose a simplified form to determine a mathematical description of arbitrary quantum states satisfying the maximum global entanglement. From the concepts of coding theory we considered the states of maximum global entanglement with respect to its inherent error protection. In this context, we present a new class of states satisfying all the previous properties and which were not known in the open literature.

Keywords—arbitrary pure quantum states, separability criterion, maximally entangled states, classical coding theory, information error protection.

AGRADECIMENTOS

A CAPES e a FAPESP que, na época, possibilitaram o desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] A. V. Balakrishnan, "A contribution to the Sphere-packing problems in communication theory", *J. Math. Anal. Appl.* 3, n.03, 1961.
- [2] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres and W. K. Wothers, "Teleporting an Unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels", *Phys. Rev. Lett.* 70, pp. 1895, 1993.
- [3] C. H. Bennett, D. P. DiVicenzo, J. A. Smolin and W. K. Wothers, "Mixed-state entanglement and quantum error correction", *Phys. Rev. A* 54, pp. 3824, 1996.
- [4] C. H. Bennett, S. Popescu, B. Schumacher, J. A. Smolin and W. K. Wothers, "Purification of noisy entanglement and faithful teleportation via noisy channels", *Phys. Rev. Lett.* 76, pp. 722, 1996.
- [5] C. H. Bennett, S. Popescu, D. Rohrlich, J. A. Smolin and A. V. Thapliyal, "Exact and asymptotic measures of multipartite pure state entanglement", 1999. Disponível em www.arXiv.org/quant-ph/9908073.
- [6] C. H. Bennett and S. J. Wiesner, "Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states", *Phys. Rev. Lett.* 69, pp. 2881, 1992.
- [7] I. Bengtsson and J. Brännlund, "CPn, or, entanglement illustrated", 2001. Disponível em www.arXiv.org/quant-ph/0108064.
- [8] D. Bruß, "Characterizing entanglement," *J. Math. Phys.* 43, pp. 4237, 2002.
- [9] S. Bravyi, "Entanglement entropy of multipartite pure states" *Phys. Rev. A* 67, pp. 012313, 2003.
- [10] G. K. Brennen, "An observable measure of entanglement for pure states of multi-qubit systems", *Quantum Inf. Comput.* 3, pp. 619, 2003.
- [11] D. C. Brody and L. P. Hughstone, "Geometric quantum mechanics" *J. Geom. Phys.* 38, pp. 19, 2001.
- [12] N. J. Cerf and C. Adami, "Quantum information theory of entanglement and measurement", 1996. Disponível em www.arXiv.org/quant-ph/9605039.
- [13] A. R. Calderbank, E. M. Rains, P. W. Shor and N. J. Sloane, "Quantum error correction via codes over GF(4)", *IEEE Trans. Inf. Theory* 44, pp. 1369, 1998.
- [14] W. Dur, G. Vidal and J. I. Cirac, "Three qubits can be entangled in two inequivalent ways", *Phys. Rev. A* 62, pp. 062314, 2000.
- [15] L. H. Kauffman and S. J. Lomonaco Jr., "Entanglement criteria - quantum and topological", 2003. Disponível em www.arXiv.org/quant-ph/0304091.
- [16] E. Knill and R. Laflamme, "A theory of quantum error-correcting codes", *Phys. Rev. A* 55, pp. 900, 1997.
- [17] F. J. MacWilliams and N. J. Sloane, *The Theory of Error-Correcting Codes*. Amsterdam, Netherlands: North-Holland Publishing Company, 1977.
- [18] D. A. Meyer and N. R. Wallach "Global entanglement in multiparticle systems," *J. Math. Phys.* 43, n.09, pp. 4273 (2002).
- [19] W. C. Gazzoni, *Estudo do emaranhamento quântico com base na Teoria de Codificação Clássica*. Tese de Doutorado. Campinas, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. Agosto de 2008.

